ISSN 2079-3316 ПРОГРАММНЫЕ СИСТЕМЫ: ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ № 4(8), 2011, с. 101–106

УДК 338.12.017

М. А. Амелькина

Предельные возможности конкурентных и коллаборативных экономических систем

Аннотация. Рассмотрены математические модели конкурентных рынков. Поставлены задачи о максимуме прибыли и максимуме конкурентного преимущества, достигаемых за счет ценовой политики фирмы, с учетом реакции рынка. Рынок рассматривается как цепь Маркова при непрерывном времени, где интенсивности перехода зависят от цен фирм-конкурентов. Задачи решены для дуополистического рынка.

Ключевые слова и фразы: экономические макросистемы, конкурентное преимущество, конкуренция, дуополия.

Введение

Анализ конкурентных стратегий в рамках неоклассической микроэкономики сводится к поиску выпуска продукции фирмой при заданных стратегиях фирм-конкурентов. Такая постановка задачи была предложена А. О. Курно [1] и уточнена [2–5] с учетом инерционности рынка, эффекта масштаба и ограничений на производственную мощность фирм. Модель Курно предполагает, что параметры рынка и стратегии фирм-конкурентов являются экзогенными переменными. Стратегия каждой фирмы в условиях отсутствия сговора между конкурентами предполагается независимой от действий конкурентов. Каждому набору экзогенных переменных соответствует стратегия фирмы, обеспечивающая максимум ее прибыли. Множество решений задачи максимизации прибыли при различных ценах конкурентов и параметрах рынка составляют кривую реакции фирмы. При этом предполагается, что влияние стратегии фирмы на рыночные условия пренебрежимо мало.

Работа проводилась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации и при поддержке РФФИ, грант № 10-06-00161-а.

В действительности, влияние стратегии фирмы на рыночные условия значительно, что было отмечено еще Ж. Бертраном [6]. Преодоление парадокса Бертрана в рамках неоклассической теории возможно путем использования ломаной в точке оптимальной цены кривой спроса. Такое предположение искусственно, оно ставит оптимальную цену в зависимость от начального значения цены и пути ее изменения.

Далее, с позиции теории макросистем [7] рассматриваются модель Курно, а также модели, учитывающие влияние стратегии фирмы на рыночные условия и влияние критерия деятельности фирмы на ее стратегию.

1. Стратегия максимизации прибыли в неизменных рыночных условиях

Будем называть конкурентным такой рынок, на котором несколько фирм реализуют один и тот же продукт, имея возможность произвольно изменять цены. Согласно такому определению, как монополия, так и совершенно конкурентный рынок не являются конкурентными. Будем рассматривать дуополию: рынок, на котором соперничают две фирмы. При этом отсутствует кооперация между ними, ни в смысле картеля, ни в смысле лидерства какой-либо из фирм [8]. Обе фирмы могут назначать цены на товар; поскольку рыночные условия остаются неизменными, фирма с более низкой ценой не получает дополнительного преимущества.

Рассмотрим модель дуополии, в которой каждая фирма стремится максимизировать свою прибыль.

Пусть каждая i-ая фирма-конкурент назначает цену $p_i (i \in \{1, 2\})$ и реализует по такой цене продукцию с интенсивностью q_i. Предполагаем, что условия, в которых работают фирмы — стационарны; издержки производства пропорциональны выпуску продукции: $c_i = k_i q_i$, а зависимости спроса на продукцию фирм от цен на нее — линейны:

$$q_i p_i = \alpha_i (v - p_i), \tag{1}$$

где v — оценка продукции на рынке (максимальная цена, по которой возможно продать товар на данном рынке).

Будем рассматривать задачи поиска оптимальной ценовой политики для первой фирмы, считая вторую — конкурентом. Тогда прибыль первой фирмы запишется в виде:

$$\pi_1(p_1) = p_1 q_1(p_1) - k_1 q_1(p_1) = (p_1 - k_1) q_1(p_1) \to \max_{p_1}. \tag{2}$$

Максимум прибыли достигается при

$$p_1^* = \frac{v + k_1}{2}.$$

Величина ее $\pi_1(p_1^*) = \dfrac{\alpha_1}{4}(v - k_1)^2$. Значение максимальной прибыли может быть представлено как

$$\pi_1(p_1^*) = \alpha_1 (p_1 - k_1)(v - p_1). \tag{3}$$

2. Стратегия максимизации прибыли при изменении предпочтений покупателей

Учтем теперь реакцию рынка на действия фирм конкурентов, по-прежнему предполагая максимизацию прибыли единственной целью каждого из предприятий. Поскольку фирмы реализуют на рынке один и тот же продукт, то единственным путем конкурентной борьбы является ценовая конкуренция. Путем ценовой конкуренции фирма стремится увеличить прибыль за счет расширения рынка сбыта при снижении цены на реализуемый товар.

Пусть общий объем рынка не изменяется во времени. Будем считать, что потребители, образующие рынок, могут выбирать один из двух товаров. Тогда долю рынка, состоящую из потребителей, предпочитающих i-ую фирму, можно рассматривать как вероятность покупки товара у i-ой фирмы. Движущей силой отказа потребителя покупать товар i-ой фирмы является цена p_i [8]. Рассматривая p_i как интенсивность перехода, можно представить рынок как цепь Маркова при непрерывном времени. Уравнение Колмогорова для этой цепи Маркова имеет вид:

$$\dot{x}_1 = p_2 x_2 - p_1 x_1; \quad x_1 + x_2 = 1. \tag{4}$$

Стационарное состояние цепи Маркова не зависит от начальных условий ($\dot{x}_1 = 0$), что приводит к значениям x_1 и x_2:

$$\dot{x}_1 = 0 \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{p_2}{p_1 + p_2}, \\ x_2 = \dfrac{p_1}{p_1 + p_2}. \end{cases} \tag{5}$$

Интенсивность продажи товара пропорциональна как движущей силе процесса $(v - p_i)$, так и контролируемой доле рынка x_i:

$$(6) \qquad \begin{cases} q_1 = \alpha_1 \dfrac{p_2}{p_1 + p_2}(v - p_1), \\ q_2 = \alpha_2 \dfrac{p_1}{p_1 + p_2}(v - p_2). \end{cases}$$

Прибыль фирмы в этом случае зависит от цен, назначаемых всеми фирмами–конкурентами:

$$(7) \qquad \pi_1 = (p_1 - k_1)q_1(p_1, p_2) = (p_1 - k_1)\alpha_1 \frac{p_2}{p_1 + p_2}(v - p_1) \to \max_{p_1}.$$

Решение этой задачи представляет собой кривую контракта [9]: $p_1^* = \sqrt{B} - p_2$, где

$$(8) \qquad B = p_2^2 + p_2(v + k_1) + k_1 v.$$

Максимальная прибыль рассчитывается как:

$$(9) \qquad \pi_1(p_1^*) = \alpha_1 \frac{p_2}{\sqrt{B}}(\sqrt{B} - p_2 - k_1)(v - \sqrt{B} + p_2).$$

При замене $\tilde{\alpha_1} = \alpha_1 \dfrac{p_2}{\sqrt{B}}$ выражение (9) сводится к (3).

3. Соревновательная модель конкурентного поведения фирмы

Прибыль — не единственный возможный критерий деятельности фирмы на конкурентном рынке. Как в любом соревновании, фирма стремится получить преимущество перед конкурентом, то есть обеспечить максимальное конкурентное преимущество. Величину конкурентного преимущества можно представить как излишек $\pi_1 - \pi_2$ прибыли относительно конкурентов. Таким образом, мы получаем двухкритериальную задачу:

$$(10) \qquad \begin{cases} \pi_1(p_1, p_2) \to \max\limits_{p_1}, \\ \pi_1(p_1, p_2) - \pi_2(p_1, p_2) \to \max\limits_{p_1}. \end{cases}$$

Для ее решения рассмотрим линейную свертку критериев (10):

$$(11) \qquad F_1(p_1, p_2) = \pi_1(p_1, p_2) + \gamma\pi_2(p_1, p_2) \to \max_{p_1},$$

где $-1 < \gamma < 0$ показывает значимость второго критерия из (10).

Отрицательное значение коэффициента γ означает, что фирма не заинтересована в прибыли конкурентов — чем больше их прибыль, тем меньше конкурентное преимущество. Однако существуют рынки, где фирмы заинтересованы в равномерном развитии. Такие рынки называются коллаборативными. Для коллаборативных рынков $\gamma > 0$.

Решение задачи (11) при различных значениях γ представляет собой множество Парето для задачи (10). Решение задачи (11) имеет вид $p_1^* = \sqrt{B'} - p_2$, где

$$B' = (1-\gamma)(p_2 + k_1 v) + (1+\gamma)p_2(v + k_1). \tag{12}$$

При $\gamma = 0$ выполняется $B' = B$. Прибыль, соответствующая оптимальному решению p_1^*, рассчитывается по (9) с заменой B на B'. При $\gamma = 0$ прибыль фирмы максимальна, при $\gamma < 0$ прибыль снижается за счет увеличения конкурентного преимущества.

Таким образом, рассмотрены три модели дуополии. Показано, что при учете изменения предпочтений на рынке требуется учитывать и поведение конкурента для определения максимальной прибыли и увеличения рыночной власти.

Список литературы

[1] Cournot A. D. Recherches sur les Principes Mathematiques de la Theorie des Ricchesses. Paris, 1838.— 430 p. ↑[]

[2] Axelrod R. The Evolution of Cooperation. London : Basic Books, 1984.— 278 p. ↑[]

[3] Levitan R., Shubuk M. *Price Duopoly and Capacity Constrains* // International Economic Review, 1972. **13**, p. 111–122 ↑

[4] Hotelling H. *Stability in Competition* // International Economic Rewiew, 1929. **39**, p. 41–57 ↑

[5] Филатов А. Ю. *Модель ценовой олигополии с несовершенной эластичностью спроса* // Теория и методы согласования решений. — Новосибирск : Наука, 2009, с. 130–145 ↑[]

[6] Bertrand J. *Theorie Mathematique de la Richesse Sociale* // Journal de savants, 1883, p. 499–508 ↑[]

[7] Цирлин А. М. Математические модели и оптимальные процессы в макросистемах. М. : Наука, 2006.— 440 с. ↑[]

[8] Корнюшин В. Ю. Управление маркетингом. М. : МИЭМП, 2010.— 140 с. ↑1, 2

[9] Вэриан Х. Микроэкономика. М. : Дело, 2000.— 450 с. ↑2

M. A. Amelkina. *Extreme performance of competitive and collaborative markets.*

Abstract. Mathematical models of competitional and collaborative markets are considered. Problems of maximum of profit and maximum of competitional surplus are formulated. Controls are prices and restrictions are put for reaction of the market. The market is considered as a Markov chain where transfer intensities are determined by prices of competitive firms. The problems are solved for duopolistic market.

Key Words and Phrases: economic macrosystems, competitive surplus, duopoly.

Образец ссылки на статью:

М. А. Амелькина. *Предельные возможности конкурентных и коллаборативных экономических систем* // Программные системы: теория и приложения : электрон. научн. журн. 2011. № 4(8), с. 101–106. URL: http://psta.psiras.ru/read/psta2011_4_101-106.pdf