

А. А. Ахременков, А. М. Цирлин

Модели управления потоками закупок/продаж на рынке ценных бумаг

Аннотация. В статье рассмотрены модели управления потоками продажи и покупки на рынке ценных бумаг, не требующие прогноза их цен. Проведено сравнение этих алгоритмов на реальных данных.

Ключевые слова и фразы: рынок ценных бумаг, стратегия торговли, модели управления, системы с обратной связью, сглаживающий фильтр.

Введение

Рассмотрим классическую задачу о получении прибыли за счет покупки и продажи ценных бумаг, цена которых $c(t)$ изменяется случайным образом: бумаги покупают, когда цена ниже, и продают, когда она выше среднего значения. Этой задаче посвящено много работ [1–3], большая часть которых в той или иной степени базируется на прогнозировании изменения цены с использованием моделей стационарного случайного процесса либо процесса с независимыми приращениями, и др. Практика показывает, что фактические модели значительно сложнее: вмешательство внешних факторов, разномасштабность игроков и влияние их друг на друга делает алгоритмы, основанные на прогнозе цен, не эффективными. Ниже приведен способ решения этой задачи, не требующий прогнозирования $c(t)$, и его экспериментальное исследование на базе реальных данных, полученных на рынке FOREX.

Предполагается использование «буфера», то есть сглаживающего фильтра, выход которого $\bar{c}(t)$ представляет собой аналог текущего

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 10-06-00161а).

среднего значения цены. В простейшем случае такой фильтр — линейное аperiodическое звено первого порядка

$$(1) \quad \frac{d\bar{c}}{dt} = \frac{1}{T}(c(t) - \bar{c}(t)).$$

Передаточная функция буфера имеет следующий вид:

$$(2) \quad W_{\delta}(p) = \frac{1}{T_p + 1}.$$

В условиях дрейфа цены между ней и усредненной ценой на выходе буфера возникает временной сдвиг. Чтобы его ликвидировать, предлагается в этом случае использовать регулятор.

1. Постановка задачи

Обозначим стоимость ценных бумаг (текущую кодировку валютной пары) как $c(t)$, прирост их запаса у экономического агента (ЭА) — $N(t)$, прирост запаса капитала ЭА — $M(t)$, поток закупок/продаж — $n(t)$, а скорость изменения капитала — $m(t) = -n(t)c(t)$.

Капитализация ЭА вычисляется как стоимость запаса ценных бумаг при текущем курсе обмена:

$$(3) \quad K(t) = M(t) + c(t)N(t).$$

Очевидны равенства:

$$(4) \quad \dot{N}(t) = n(t), \quad N(0) = 0,$$

$$(5) \quad \dot{M}(t) = -c(t)n(t), \quad M(0) = 0,$$

$$(6) \quad \dot{K}(t) = \dot{M} + c\dot{N} + \dot{c}N = \dot{c}N, \quad K(0) = 0.$$

Продолжительность торговли τ будем считать заданной, а ее эффективность оценивать приростом капитализации

$$(7) \quad K(\tau) \rightarrow \max_{n(t)}.$$

2. Стратегии торговли ценными бумагами

Если бы изменение цены $c(t)$ было стационарным случайным процессом с математическим ожиданием \bar{c} , то решению задачи (7) соответствовало бы изменение закупок

$$(8) \quad n(t) = \alpha(\bar{c} - c(t)).$$

Тогда за достаточно большое время τ средняя скорость прироста запаса ценных бумаг $\frac{N(\tau)}{\tau} = 0$, а средняя скорость прироста капитализации составляет

$$(9) \quad \frac{1}{\tau} K(\tau) = \frac{\alpha}{\tau} \int_0^{\tau} [c^2(t) - \bar{c}c(t)] dt \approx \alpha[\bar{c}^2 - (\bar{c})^2] = \alpha D_c.$$

То есть $K(\tau)$ при достаточно большом τ стремится к пределу, равному

$$(10) \quad \bar{K} = \alpha \tau D_c,$$

где D_c — дисперсия стоимости ценных бумаг.

В действительности процесс $c(t)$ не является стационарным, следовательно можно предположить, что сглаженная цена на выходе буфера $\bar{c}(t)$ играет роль текущего среднего и поток закупок должен быть больше нуля, когда $c(t) < \bar{c}(t)$, и меньше нуля (продажи), когда $c(t) > \bar{c}(t)$.

При наличии дрейфа цены в сторону повышения $\bar{c}(t)$ растет, и на следующем интервале цена покупок $c(t) < \bar{c}(t)$ может оказаться выше, чем цена продаж на предыдущем. При дрейфе цен в сторону уменьшения изменения аналогичные — цена продаж на следующем шаге меньше цены покупки на предыдущем. Поэтому величина постоянной времени T в (1), (2) должна быть тем меньше, чем быстрее протекает дрейф стоимости. Эксперименты подтверждают эти соображения. Тем не менее предположим в равенстве (8) поток закупок пропорциональным скорости изменения сигнала на выходе буфера

$$(11) \quad n(t) = \alpha(\bar{c}(t) - c(t)) = -\alpha T \frac{d\bar{c}}{dt}.$$

Отрицательный эффект дрейфа уменьшается с уменьшением T , но одновременно уменьшается и дисперсия разности $c(t) - \bar{c}(t)$, что ведет к уменьшению прироста капитализации.

Важно и то обстоятельство, что изменение цены буфера $\bar{c}(t)$ при наличии дрейфа отстает от $c(t)$, т.е. средние значения этих функций при линейном дрейфе не одинаковы. Если дрейф цены положителен, то среднее значение $\bar{c}(t)$ меньше, а если дрейф отрицателен — больше, чем у $c(t)$.

Чтобы учесть этот фактор, вместо цены буфера в (11) будем использовать скорректированную цену

$$(12) \quad c_k(t) = \bar{c}(t) + \Delta c(t),$$

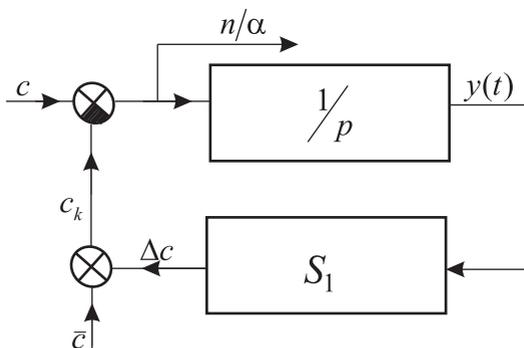


Рис. 1. Структура линейной корректирующей системы

а корректирующую добавку формировать по условию, чтобы интегралы от $c(t)$ и $c_k(t)$ были одинаковы, т.е.

$$(13) \quad y(t) = \int_0^t [c(t) - \bar{c}(t) - \Delta c(t)] dt = 0.$$

Для того, чтобы в реальном времени поддерживать условие (13), можно использовать систему с обратной связью [4, 5] в форме П-регулятора, показанную на рис. 1.

Отметим, что регулятор, содержащий интегральную составляющую, неприменим, так как система, в контуре которой имеется два последовательных интегрирующих звена, структурно-неустойчива. Нетрудно показать, что корни характеристического уравнения системы действительны и равны $p_1 = -1/T$, $p_2 = -S_1$, поэтому нет смысла выбирать коэффициент усиления регулятора большим, чем $1/T$.

Поток закупок имеет следующий вид:

$$(14) \quad n(t) = \alpha(c_k(t) - c(t)).$$

При линейном дрейфе такая система компенсирует сдвиг средних значений $\bar{c}(t)$ и $c(t)$, среднее значение потока закупок/продаж приближается к нулю, а капитал растет.

3. Управление закупками по условию совпадения знака запаса ресурса со скоростью изменения его цены

Согласно формуле (6), прирост капитализации представляет собой скалярное произведение двух функций $N(t)$ и скорости изменения цены

$$(15) \quad K(\tau) = \int_0^{\tau} \dot{c}(t)N(t)dt \rightarrow \max.$$

Это скалярное произведение заведомо положительно, если

$$(16) \quad N(t) = \beta \dot{c}(t),$$

где β — больше нуля.

На рис. 2 изображена система регулирования, которая поддерживает равенство (16), меняя поток закупок/продаж. Здесь, как и выше, регулятор не должен содержать интегрирующей составляющей.

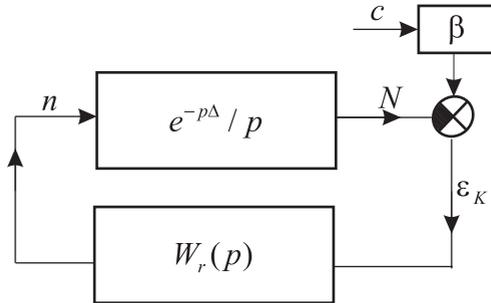


Рис. 2. Система с обратной связью для управления потоками закупок

Скорость изменения цены фактически вычисляют по результатам ее дискретных измерений, при этом оказывается, что кроме интегрального звена объект управления имеет чистое запаздывание продолжительностью, равной одному такту. Это снижает качество регулирования в системе с постоянно действующими возмущениями, и в некоторых случаях величина невязки $|N(t) - \beta \dot{c}(t)|$ может быть настолько большой, что знак $N(t)$ отличен от знака $\beta \dot{c}(t)$ и капитализация падает.

Ниже приведены результаты экспериментального исследования приведенных выше стратегий торговли на примере рынка FOREX. Однако они показывают, что существует такой параметр S_1 пропорционального закона регулирования, при котором в среднем капитализация возрастает.

4. Экспериментальное исследование алгоритмов

В качестве экспериментальных данных использовались котировки валют Euro/US Dollar за декабрь 2010 г., при этом котировки для моделирования брались в начале каждого часа. На приведенных ниже графиках цена с изменения котировок имеет размерность евро/долл., прирост капитализации $K(t)$ измеряется в долларах США (рис. 3–6). На оси абсцисс этих графиков откладывается время моделирования в часах.

На рис. 3 показано, на сколько отстает цена буфера $\bar{c}(t)$ от цены $c(t)$ при наличии существенного дрейфа. Скорректированная цена $C_k(t)$ позволяет учесть это отставание.

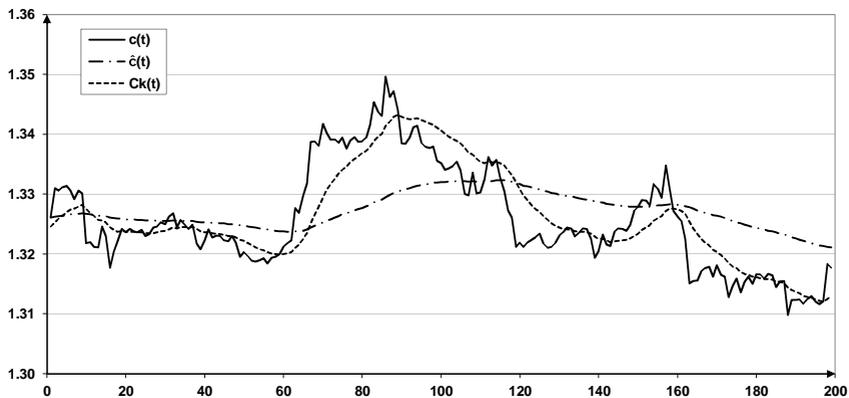


Рис. 3. Сравнение изменения котировок $c(t)$, цены буфера $\bar{c}(t)$ и скорректированной цены $C_k(t)$

Однако даже введение скорректированной цены не гарантирует, что прирост капитализации $K(t)$ не будет иметь провалов при сильно восходящем или нисходящем тренде цены $c(t)$. Так, на рис. 4 видно, что прирост капитализации $K(t)$ имеет заметный провал на фоне существенного роста цены $c(t)$. В этом случае поток закупок

$n(t)$ в соответствии с (14) оказывается отрицательным (что означает продажу валюты), в то время как цена быстро растет. Здесь была бы логичной рекомендация покупать валюту.



Рис. 4. Сравнение динамики прироста капитализации $K(t)$, изменения цены $c(t)$ и скорректированной цены $C_k(t)$

Одним из параметров этой модели, существенно влияющим на динамику прироста капитализации, является постоянная времени T в (1) и (2). Были проведены несколько экспериментов с целью сравнить изменение капитализации на одних и тех же исходных данных, но для различных значений T . Эти эксперименты подтвердили предположение о том, что отрицательный эффект дрейфа можно уменьшить с уменьшением T .

На рис. 5 приведена динамика прироста капитализации $K(t)$ для различных значений T .

Проанализировав полученные результаты, можно сделать следующие выводы:

- при спокойном поведении рынка (первые 60 часов моделирования) прирост капитализации не существенно зависит от величины T .
- при резком изменении цен на рынке (в приведенном примере в районе 80-го часа) чем меньше T , тем меньше провал $K(t)$. В данном случае для $T = 10$ часов провал был порядка -500\$, для $T = 50$ часов — более -1000\$.

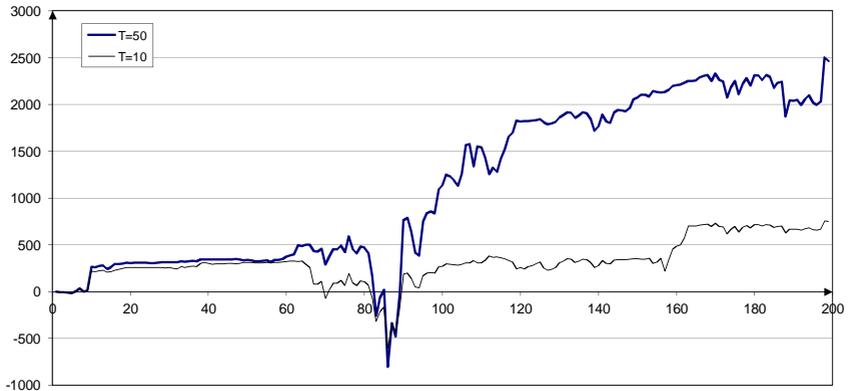


Рис. 5. Сравнение прироста капитализации $K(t)$ для различных значений постоянной времени T

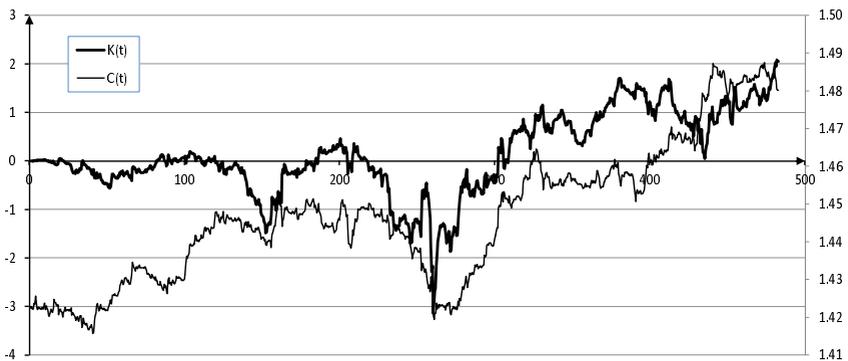


Рис. 6. Динамика $K(t)$ для алгоритма, основанного на поддержании пропорциональности между запасом ресурса и скоростью роста котировок, с использованием пропорционального регулятора

- общий рост $K(t)$ тем больше, чем больше значение T . Но здесь нужно сделать оговорку: на рынках, для которых характерны резкие скачки цен, минимальное значение T предпочтительно с точки зрения минимизации возможных рисков.

Для проверки эффективности предложенных алгоритмов была проведена серия экспериментов на исторических данных с августа 2010 г.

по май 2011 г. для различных валютных пар. Для каждой недели из указанного периода собиралась статистика по результатам моделирования, а именно: была ли положительная капитализация $K(t)$ в конце недели, и затем находился процент положительных результатов к общему числу экспериментов. Общее количество экспериментов составило 351.

Эксперименты были проведены для различных значений параметров T и S_1 . Результаты экспериментов сведены в табл. 1.

Таблица 1. Результаты анализа статистики прибыльности при использовании буфера с коррекцией, созданной пропорциональным регулятором¹

T	S_1	Недели с убытком	Недели с прибылью	Прибыльные недели, %	\bar{K}
10	0,05	82	269	76,6	28,28
10	0,1	80	271	77,2	36,05
10	0,2	81	270	76,9	21,58
20	0,05	45	306	87,2	55,42
20	0,1	42	308	87,8	39,11
20	0,2	47	304	86,6	25,43
30	0,05	79	272	77,5	171,99
30	0,1	76	275	78,3	106,59
30	0,2	75	276	78,6	76,02

¹ В столбце \bar{K} приведены средние значения прироста капитализации $K(t)$.

Результаты экспериментов для модели с обратной связью приведены в табл. 2.

Таблица 2. Статистика процента прибыльных сделок для модели с обратной связью

S_1	Недели с убытком	Недели с прибылью	Прибыльные недели, %
1,90	177	156	48,8
2,00	103	230	69,1
2,01	112	221	66,4

Результаты экспериментов показывают, что алгоритм, основанный на использовании сигнала буфера с коррекцией, приводит к выигрышу в 75% случаев, что является вполне удовлетворительным результатом. Стратегия, использующая пропорциональный регулятор, несколько менее эффективна, но и она дает выигрыш в 69% случаев.

Список литературы

- [1] Кравчук И. Б. *Сравнительный анализ некоторых методов прогнозирования курса акций* // Сб. трудов 6-го Санкт-Петербургского симпозиума по теории адаптивных систем (SPAS'99). — СПб : Омега, 1999, с. 85–88 ↑
- [2] Luca C. *Trading in the Global Currency Markets*. New York : Prentice Hall, 2000. — 421 p. ↑
- [3] Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. *Элементы математического моделирования в программных средах MATLAB 5 и Scilab*. СПб : Наука, 2001. — 286 с. ↑
- [4] Масленников И. М. *Практикум по автоматике и системам управления производственными процессам*. М. : Химия, 1986. — 346 с. ↑
- [5] Дезоер Ч., Видьясагар М. *Системы с обратной связью: вход-выходные соотношения*. М. : Наука, 1983. — 269 с. ↑

A. A. Akhremenkov, A. M. Tsirlin. *Manipulating models of purchase/sale flows on the security market*.

ABSTRACT. Models of manipulating of purchase and sale flows on the security market which are not required price forecasting are considered in the article. The algorithms are being compared on real data.

Key Words and Phrases: manipulating models, trading strategy, security market, feedback systems, smoothing filter.

Образец ссылки на статью:

А. А. Ахременков, А. М. Цирлин. *Модели управления потоками закупок/продаж на рынке ценных бумаг* // Программные системы: теория и приложения : электрон. научн. журн. 2011. № 5(9), с. 73–82.

URL: http://psta.psisras.ru/read/psta2011_5_73-82.pdf