

Ю. В. Шорников, Д. Н. Достовалов, А. В. Бессонов

Математическое и программное обеспечение компьютерного моделирования гибридных систем

Аннотация. Дано описание алгоритмов численного анализа гибридных систем с режимами повышенной жесткости. Алгоритм интегрирования основан на явных схемах типа Рунге–Кутты с автоматическим выбором метода по критериям точности и устойчивости вычислений. Предложен метод выбора шага, обеспечивающий асимптотическое приближение к границе режима гибридной системы, основанный на оригинальной теореме.

Ключевые слова и фразы: Жесткость, событийная функция, адаптивный алгоритм интегрирования, обнаружение событий.

Введение

Существует множество систем, поведение которых удобно описывать в виде последовательной смены непрерывных режимов

$$(1) \quad \begin{aligned} y' &= f(t, x, y), \quad x = (t, x, y), \\ pr &: g(y, t) < 0, \\ t &\in [t_0, t_k], \quad x(t_0) = t_0, \quad y(t_0) = t_0, \end{aligned}$$

где $x \in R^{N_x}$, $y \in R^N$, $f: R \times R^N \times R^{N_x} \rightarrow R^N$, $\phi: R \times R^N \times R^{N_x} \rightarrow R^{N_x}$, $g: R \times R^N \rightarrow R^{N_S}$, $S \leq N$.

Классические динамические модели, записанные в форме задачи Коши, являются частным случаем ГС с одним режимом. Векторфункция $g(y, t)$ называется событийной функцией или предохранителем, а предикат pr определяет условия существования соответствующего режима ГС. Неравенство $g(y, t) < 0$ означает, что фазовая траектория в текущем режиме не должна пересекать границу $g(y, t) = 0$. События, возникающие при нарушении этого условия и приводящие к переходу в другой режим, не пересекая границу,

Работа поддержана грантом РФФИ 11-01-00106-а.

- © Ю. В. Шорников, Д. Н. Достовалов, А. В. Бессонов, 2012
- © Конструкторско-технологический институт вычислительной техники СО РАН, 2012
- © Новосибирский государственный технический университет, 2012
- © ПРОГРАММНЫЕ СИСТЕМЫ: ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ, 2012

называются односторонними. Многие практические задачи характеризуются жесткими режимами, а границы поверхности $g(y, t) = 0$ имеют острые углы или решение имеет несколько корней на границе [1].

Компьютерный анализ ГС обычно производится в окружении инструментальных средств моделирования, передовыми из которых являются Chacon (США), AnyLogic (Россия), Scicos (Франция), MVS (Россия), Hybrid Toolbox и HyVisual (США), DYMOILA (Швеция) и другие. Ниже рассмотрены особенности моделирования ГС в инструментальной среде ИСМА [2].

Для анализа режимов ГС (1) повышенной жесткости предлагается использовать явные методы с контролем устойчивости [3]. Кроме того, возможно автоматизированное построение алгоритмов с требуемыми характеристиками устойчивости, определяемыми исходя из особенностей решаемой задачи.

1. Алгоритм с адаптивной областью устойчивости

Анализ дифференциальной задачи (1) будем проводить с помощью явных методов типа Рунге–Кутты [3], которые имеют вид:

$$(2) \quad y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^m p_i k_i, \quad k_i = hf \left(t_n + a_i h, y_n + \sum_{j=1}^{i-1} \beta_{ij} k_j \right), \quad a_1 = 0,$$

где $a_i, \beta_{ij}, p_i, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq i-1$ — числовые коэффициенты, k_i — стадии метода, m — число стадий. Численные формулы (2) хорошо приспособлены для практических расчетов, поскольку они не требуют вычисления дополнительных начальных значений и позволяют легко изменять шаг интегрирования.

Для анализа задач повышенной жесткости применение методов (2) не всегда эффективно или вообще невозможно. Явный вычислительный процесс может потребовать гораздо больших временных затрат по сравнению с применением неявных методов. Это вызвано тем, что методы (2) имеют ограниченные области устойчивости. Введение в алгоритм интегрирования контроля устойчивости вычислений позволяет расширить границы применимости схем типа (2).

В дальнейшем будем рассматривать абсолютную устойчивость метода, характеризующуюся полиномом

$$(3) \quad Q(z) = 1 + c_1 z + \dots + c_m z^m,$$

где z — некоторое комплексное число, c_i — вещественные коэффициенты, m — число стадий численной схемы (2). Совокупность точек комплексной плоскости Z , в которых выполняется условие $|Q(z)| \leq 1$, образует область устойчивости численной схемы.

Также будем использовать понятие интервала устойчивости, который определяется точкой пересечения границы области устойчивости и отрицательного направления вещественной оси плоскости Z . Известно [3], что длина интервала устойчивости D пропорциональна квадрату числа стадий и обратно пропорциональна порядку точности метода. Так, для m -стадийного метода величина D максимальна в случае первого порядка точности и равна $2m^2$.

Вопросы построения полинома устойчивости (3) и соответствующей численной схемы (2) подробно рассмотрены в работе [3]. В результате возможно автоматизированное построение методов с заданной областью устойчивости. В частности, создание методов с расширенными областями устойчивости на основе стадий известных численных схем. Для решения этих задач система ИСМА дополнена соответствующим инструментарием [4].

Повысить эффективность интегрирования можно за счет использования численных схем с различными областями устойчивости. Так, на интервале решения, где критическим фактором является устойчивость метода, необходимо использовать схему с возможно большим интервалом устойчивости. На участке, где важна точность решения, целесообразно перейти к методу высшего порядка с меньшим интервалом устойчивости. В [3] предложен алгоритм DISPS переменного порядка и шага с контролем точности и устойчивости, высокая эффективность которого достигается применением наиболее выгодной численной схемы в зависимости от поведения решения в процессе интегрирования.

Неравенства для контроля точности и устойчивости методов первого, второго и третьего порядков сформулированы и обоснованы в [3], поэтому здесь приводятся без доказательства. Для контроля точности и выбора шага интегрирования применяются условия

$$A_n' \leq \varepsilon, \quad A_n'' \leq \varepsilon,$$

где ε — заданная точность вычислений. Оценка ошибки A_n' для методов первого и второго порядков вычисляется по формуле $A_n' = g_p' \|k_2 - k_1\|$, где k_1 и k_2 — стадии численной схемы, p — порядок точности метода. Например, для схемы первого порядка $g_1' = g_1'' / |\beta_{21}|$, где $g_1'' = \max_{m \in M_1} (1 - 2c_{m2})$, M_1 — множество используемых методов первого порядка, c_{m2} — коэффициент полинома устойчивости при z^2 m -стадийного метода.

Для контроля устойчивости применяется неравенство $V_n \leq D$, где V_n — оценка максимального собственного числа матрицы Якоби, а D — длина интервала устойчивости используемого на текущем шаге метода [3]. Величина V_n вычисляется степенным методом. Для методов первого и второго порядка вычисляется по формуле

$$V_n = \frac{1}{|\beta_{32}|} \max_{1 \leq i \leq N} \left| \frac{(k_3 - k_2)_i}{(k_2 - k_1)_i} \right|,$$

где N — размерность решаемой системы. Оценка максимального собственного числа матрицы Якоби при использовании метода третьего порядка вычисляется как

$$V_n = \frac{1}{2|\beta_{21}\beta_{32}|} \max_{1 \leq i \leq N} \left| \frac{(k_3 - k_2)_i}{(k_2 - k_1)_i} \right|.$$

Пусть заданы наборы параметров численных схем первого, второго и третьего порядков точности с различным числом стадий. В отличие от оригинального алгоритма [3], допускается, что число стадий в двух соседних методах одного порядка может отличаться на любую величину. Также возможно изменение порядка точности больше чем на 1. Максимальный порядок точности не ограничивается третьим. При наличии методов оценки точности и устойчивости для схем более высоких порядков их также можно включить в алгоритм. Поэтому модифицированный алгоритм получил название DISPS1.

Для хранения численных схем используется матрица методов размерностью $MaxK \times MaxM$, где $MaxK$ — максимальный порядок точности, $MaxM$ — максимальное число стадий по всем используемым методам. Элемент матрицы методов на пересечении k -й строки и m -го столбца содержит коэффициенты и интервалы устойчивости для m -стадийного метода k -го порядка. На рис. 1 приведена таблица, соответствующая матрице методов. В ее ячейках записаны интервалы устойчивости используемых методов.

		$\xrightarrow{\quad m \quad}$			
		3	4	5	6
$\downarrow \quad k$	1	16,9	–	46,8	–
	2	6,0	–	18,8	–
	3	–	–	10,3	15,6

Рис. 1. Матрица методов

Перейдем к алгоритму интегрирования. Предварительно зададим два числа l_1 и l_2 , определяющие количество шагов без увеличения шага интегрирования и без смены численной схемы, соответственно, после возврата (перевычисления решения из-за невыполнения точности) и после успешного шага. Подсчитывать количество шагов будем в переменных l_1' и l_2' соответственно, равных нулю при первом обращении к алгоритму.

1.1. Алгоритм DISPS1

Шаг 1. Вычисляются стадии k_i , необходимые для расчета A_n' .

Шаг 2. Вычисляется оценка ошибки A_n'' .

Шаг 3. Вычисляется значение s_n из соотношения $q^{2S_n} A_n' = \varepsilon$.

Шаг 4. Если $s_n < 0$, то $l_1' = l_1$ и происходит повторное вычисление решения с шагом $q^{S_n} h_n$ (возврат на шаг 1).

Шаг 5. Вычисляются остальные стадии k_i .

Шаг 6. Вычисляется приближение к решению в точке t_{n+1} по текущей схеме.

Шаг 7. Вычисляется стадия $k_1 = hf(y_{n+1})$.

Шаг 8. Вычисляется оценка ошибки A_n'' .

Шаг 9. Вычисляется значение v_n из соотношения $q^{2v_n} A_n'' = \varepsilon$.

Шаг 10. Если $v_n < 0$, то $l_1' = l_1$ и происходит повторное вычисление решения с шагом $q^{v_n} h_n$ (возврат на шаг 1).

Шаг 11. Параметры l_1' и l_2' уменьшаются на 1.

Шаг 12. Если $l_1' \geq 0$ и $l_2' \geq 0$, то h_{n+1} полагается равным h_n и выполняется следующий шаг интегрирования (возврат на шаг 1).

Шаг 13. $l_2' = l_2$.

Шаг 14. Значения A_n' и A_n'' удваиваются, и заново вычисляются параметры s_n и v_n для создания запаса по точности при выборе величины шага.

Шаг 15. Если используется фиксированная схема без контроля устойчивости, то вычисляется значение параметра r_n по формуле $r_n = \max(s_n, v_n)$, и производится переход на шаг 21.

Шаг 16. Вычисляется оценка V_n .

Шаг 17. Вычисляется значение параметра r_n из соотношения $q^{r_n} V_n = D$, где D — интервал устойчивости используемого метода.

Шаг 18. Если используется фиксированная схема, производится переход на шаг 21.

Шаг 19. Вычисляется значение параметра q_n по формуле:

$$q_n = q^{\min(s_n, v_n)}.$$

Шаг 20. Определяется число стадий для следующего шага интегрирования. Если $q_n V_n > D$ и есть схема того же порядка с большим числом стадий — использовать эту схему на следующем шаге. Если есть схема того же порядка с меньшим числом стадий и интервалом устойчивости, большим чем $q_n V_n$, то использовать ее. В остальных случаях число стадий не меняется.

Шаг 21. Вычисляется новый шаг интегрирования:

$$h_{n+1} = \max\left(h_n, q^{\min(s_n, v_n, r_n)} h_n\right).$$

Шаг 22. Если расчеты ведутся с переменным порядком, текущий метод имеет минимальное число стадий, а среди методов большего порядка имеется метод с интервалом устойчивости, большим чем $q_n V_n$, то использовать этот метод. Если расчеты ведутся с переменным порядком, число стадий достигло максимального значения и $q_n V_n > D$, то найти среди методов меньшего порядка схему с минимальным числом стадий, при котором интервал устойчивости больше D и использовать ее на следующем шаге интегрирования. В противном случае следующий шаг выполняется по текущей схеме.

1.2. Тестирование адаптивного алгоритма

Для конструктивного доказательства эффективности алгоритма DISPS1, применим его для решения уравнений Ван дер Поля

$$\begin{aligned} y_1' &= y_2, \\ y_2' &= 100(1 - y_1^2)y_2 - y_1, \\ y_1(0) &= 2, \quad y_2(0) = 0, \quad 0 \leq t \leq 1000. \end{aligned}$$

ТАБЛИЦА 1. Сравнение эффективности алгоритмов при решении задачи Ван дер Поля

Метод	Расчетов пр. части	Шагов	Возвратов	Время, с
DISPS1	45066	7036	2498	0,812
DISPF	279893	39338	904	3,735
DISPD	93701	21435	6239	1,594
DISPDA	162393	36432	12009	2,547
RK2ST	202123	100190	1742	4,703

Включим в алгоритм по два метода первого, второго и третьего порядков с числом стадий от трех до шести с длинами интервалов устойчивости, представленными на рис. 1. Результаты расчетов задачи различными алгоритмами сведены в таблице 1, где в качестве критериев эффективности выбраны количество вычислений правой части задачи на интервале интегрирования, число шагов и возвратов, а также время, потребовавшееся для расчета.

Расчеты проводились с задаваемой точностью $\varepsilon = 10^{-3}$ оригинальными явными методами с контролем устойчивости из библиотеки численных решателей ИСМА [5, 6]. Все схемы, кроме DISPF, имеют низкий порядок точности. Алгоритм DISPF подобен DISPS1. На переходном участке используются стадии Фельберга пятого порядка, а на участке установления — схемы первого и второго порядка. Это дает возможность оценить вычислительные затраты DISPS1 при использовании более точных методов.

Из сравнения результатов следует, что методу DISPS1 требуется наименьшее число вычислений правой части. Поэтому можно предположить, что он будет наиболее эффективен для решения задач, требующих больших вычислительных ресурсов для расчета правой части задачи Коши. Анализ решения показал, что наибольшее количество возвратов связано с переходными участками. С одной стороны, рост количества возвратов связан с невыполнением требуемой точности в начале переходного участка и с ухудшением устойчивости при выходе на участок установления. В то же время, на сам переходной участок приходится гораздо большее число возвратов из-за низкого порядка точности используемой схемы. Более точному алгоритму DISPF потребовалось существенно меньше возвратов, поэтому дополнительно повысить эффективность DISPS1

можно введением схем более высокого порядка точности. Таким образом, полученные результаты подтверждают предположение о высокой эффективности созданного алгоритма.

Рассмотрим еще одну задачу, которая основана на системе реакции диффузии в двухмерном пространстве, связанной с моделью конкуренции Лотки–Вольтерра. Есть два вида переменных, $c^1(x, z, t)$ и $c^2(x, z, t)$, представляющих плотности конкурирующих видов в пространстве среды обитания $\Omega = \{(x, z) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq z \leq 1.8\}$ и во времени $0 \leq t \leq 10$.

Уравнения имеют вид:

$$\frac{\partial c^i}{\partial t} = d_i \left(\frac{\partial^2 c^i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c^i}{\partial z^2} \right) + f^i(c^1, c^2), \quad (i = 1, 2),$$

где $d_1 = 0.05$, $d_2 = 1.0$, $f^1(c^1, c^2) = c^1(b_1 - a_{11}c^1 - a_{12}c^2)$, $f^2(c^1, c^2) = c^2(b_2 - a_{21}c^1 - a_{22}c^2)$, $a_{11} = 10^6$, $a_{12} = 1$, $a_{21} = 10^6 - 1$, $a_{22} = 10^6$, $b_1 = b_2 = 10^6 - 1 + 10^{-6}$.

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \partial c^i / \partial x &= 0, & \text{при } x = 0, \quad x = 1, \\ \partial c^i / \partial z &= 0, & \text{при } z = 0, \quad z = 1.8. \end{aligned}$$

Начальные условия:

$$\begin{aligned} c^1(x, z, 0) &= 500 + 250 \cos(\pi x) \cos(10\pi z / 1.8), \\ c^2(x, z, 0) &= 200 + 150 \cos(10\pi x) \cos(\pi z / 1.8). \end{aligned}$$

С учетом приведенных выше значений параметров и начальных условий, решение этой реакционно-диффузионной системы сходится при $t \rightarrow \infty$ к равновесному решению, $c^1 = c_*^1 \equiv 1 - 10^{-6}$, $c^2 = c_*^2 \equiv 10^{-6}$. Переходя к сетке размером $J \times K$ по x и z соответственно, получаем $\Delta x = 1/(J - 1)$ и $\Delta z = 1.8/(K - 1)$ — шаг сетки по координатам x и z , c_{jk}^i — аппроксимация $c^i(x_j, z_k, t)$, где $x_j = (j - 1)\Delta x$, $z_k = (k - 1)\Delta z$, $1 \leq j \leq J$, $1 \leq k \leq K$. Таким образом, получим систему дифференциальных уравнений размерностью $N = 2JK$:

$$\dot{c}_{jk}^i = \frac{d_i}{\Delta x^2} (c_{j+1,k}^i - 2c_{jk}^i + c_{j-1,k}^i) + \frac{d_i}{\Delta z^2} (c_{j,k+1}^i - 2c_{jk}^i + c_{j,k-1}^i) + f_{jk}^i,$$

где $1 \leq i \leq 2$, $1 \leq j \leq J$, $1 \leq k \leq K$, $f_{jk}^i = f^i(c_{jk}^1, c_{jk}^2)$.

Граничные условия на сетке:

$$c_{0,k}^i = c_{2,k}^i, \quad c_{J+1,k}^i = c_{J-1,k}^i \quad \text{для } 1 \leq k \leq K,$$

$$c_{j,0}^i = c_{j,2}^i, \quad c_{j,K+1}^i = c_{j,K-2}^i \quad \text{для } 1 \leq j \leq J.$$

При построении компьютерной модели от тройного индекса i, j, k перейдем к индексу m , вычисляемому по формуле

$$m = i + 2(j - 1) + 2J(k - 1).$$

Получим текстовую модель на языке LISMA, фрагмент которой представлен на рис. 2.

```
// Начальные условия
y1 = 7.5000E+2;
y2 = 3.5000E+2;
// ...
// Дифф. уравнения
y1' = 8.0000E-1*(y3-2.0*y1+y3)+2.4691E-1*(y11-2.0*y1+y11)+
      y1*((1.0E6-1.0+1.0E-6)-1.0E6*y1-1.0*y2);
y2' = 1.6000E+1*(y4-2.0*y2+y4)+4.9383E+0*(y12-2.0*y2+y12)+
      y2*((1.0E6-1.0+1.0E-6)-(1.0E6-1.0)*y1-1.0E6*y2);
// ...
```

Рис. 2. Фрагмент модели на языке LISMA

Результаты расчета в ИСМА представлены на рис. 3.

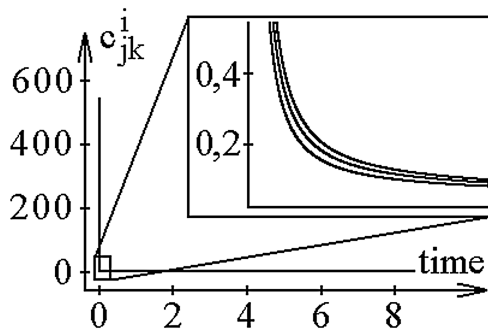


Рис. 3. Результаты анализа системы в ИСМА

Система рассчитывалась в размерности от 50 до 1800 уравнений. В приемлемое время решение удалось получить только явными

схемами. Особенность задачи состоит в том, что в начале интервала интегрирования решение меняется быстро, а затем очень медленно. Из явных схем переменного порядка с контролем устойчивости наилучшие результаты показал алгоритм DISPS1, который использует метод третьего порядка в начале интегрирования и шестистадийный метод первого порядка на участке с медленно меняющимся решением.

2. Обнаружение событий гибридных систем

На корректность анализа гибридных моделей существенно влияет точность обнаружения моментов смены локальных состояний ГС. Поэтому наряду с контролем точности, устойчивости и жесткости необходимо учитывать динамику событийной функции, определяющей возникновение событий в ГС. Рассмотрим режим односторонней ГС в виде автономной задачи Коши с ограничениями (1). Любой нелинейный предохранитель $g(y, t)$ можно привести к линейному виду добавлением фазовой переменной $z = g(y, t)$. В результате задачу (1) можно переписать в виде (для простоты изложения опустим алгебраические уравнения)

$$y' = f(y), \quad z' = \frac{\partial g}{\partial y} \cdot f(y) + \frac{\partial g}{\partial t}, \quad z < 0.$$

При решении таких задач явными методами получаем $y_{n+1} = y_n + h_{n+1}\varphi_n$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Тогда событийная динамика описывается соотношением $g_{n+1} = g(y_n + h_{n+1}\varphi_n, t_n + h_{n+1})$. Разлагая g_{n+1} в ряд Тейлора и учитывая линейность $g(y, t)$, получаем зависимость g_{n+1} от прогнозируемого шага h_{n+1} :

$$g_{n+1} = g_n + h_{n+1} \left(\frac{\partial g_n}{\partial y} \cdot \varphi_n + \frac{\partial g_n}{\partial t} \right).$$

Теорема. Выбор шага по формуле

$$(4) \quad h_{n+1} = (\gamma - 1) \frac{g_n}{\frac{\partial g_n}{\partial y} \cdot \varphi_n + \frac{\partial g_n}{\partial t}},$$

где $y \in (0, 1)$, обеспечивает поведение событийной динамики как устойчивой линейной системы, решение которой приближается к поверхности $g(y, t) = 0$ асимптотически. Доказательство теоремы приведено в [7]. Теперь сформулируем алгоритм интегрирования с учетом прогноза шага через событийную функцию. Пусть решение

y_n в точке t_n вычислено с шагом h_n . Тогда приближенное решение в точке t_{n+1} вычисляется по следующему правилу.

Шаг 1. Вычисляется $f_n = f(y_n)$.

Шаг 2. Вычисляются $g_n = g(y_n, t_n)$, $\partial g_n / \partial y = \partial g(y_n, t_n) / \partial y$,
 $\partial g_n / \partial t = \partial g(y_n, t_n) / \partial t$.

Шаг 3. По формуле вычисляется шаг h_{n+1}^p , причем $\varphi_n = f_n$.

Шаг 4. Вычисляется новый шаг h_{n+1} по формуле

$$h_{n+1} = \min(h_{n+1}^p, h_{n+1}^n),$$

где h_{n+1}^n — шаг, выбранный соответствующим численным методом интегрирования.

Шаг 5. Выполняется следующий шаг интегрирования.

При практической реализации алгоритма необходимо учитывать следующее обстоятельство. При приближении к границе режима знаменатель (4) будет положительным, а при удалении от границы $g(y, t) = 0$ он становится отрицательным. Тогда, определив направление изменения событийной функции, можно не выполнять шаг 4 алгоритма и не накладывать дополнительные ограничения на шаг интегрирования, если событийная функция удаляется от границы режима.

2.1. Тестирование алгоритма обнаружения событий

Для иллюстрации работы алгоритма рассмотрим гибридную систему двух осциллирующих масс на пружинах [7], представленную на рис. 4. Система может находиться в одном из двух

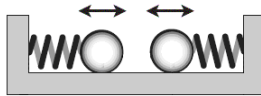


Рис. 4. Система двух осциллирующих масс

локальных состояний, когда грузы двигаются раздельно или вместе. Математическая модель здесь не приводится ввиду близости описания с программной моделью. Компьютерная модель рассматриваемой системы в среде ИСМА имеет вид, представленный на рис. 5. С включенным алгоритмом обнаружения получены качественные результаты моделирования (рис. 5, слева). Традиционный анализ системы без алгоритма обнаружения не позволяет получить достоверный результат (рис. 5, справа).

```

k1=1; k2=2;
n1=1; n2=2;
m1=1; m2=1;
x1=0;
x2=3;
separate [ s < abs(k1*n1-k2*n2-x1*(k1-k2)) ] is
s*=10;
x1'=v1;
v1'=k1*(n1-x1)/m1;
a1~=k1*(n1-x1)/m1;
x2'=v2;
v2'=k2*(n2-x2)/m2;
a2~=k2*(n2-x2)/m2;
from;

together [ (x1>=x2) and (v1>=v2) ] is
s=10;
v1=(m1*v1+m2*v2)/(m1+m2);
v2=v1;
v1'=(k1*n1+k2*n2-x1*(k1+k2))/(m1+m2)
a1~=(k1*n1+k2*n2-x1*(k1+k2))/(m1+m2)
x1'=v1;
v2'=(k1*n1+k2*n2-x2*(k1+k2))/(m1+m2)
a2~=(k1*n1+k2*n2-x2*(k1+k2))/(m1+m2)
x2'=v2;
s'=-s;
from separate;

```

Рис. 5. Компьютерная модель на языке LISMA

3. Заключение

В работе сформулированы методы численного анализа жестких ГС с односторонними событиями. Предложен алгоритм интегрирования с адаптивной областью устойчивости с автоматическим выбором численной схемы по критериям точности и устойчивости. Результаты тестирования подтвердили высокую эффективность такого подхода. Особенностью реализации алгоритма DISPS1 является то, что пользователь может самостоятельно включать в него численные схемы. Дальнейшим усовершенствованием разработанного алгоритма может быть включение в него неявных и полуявных методов. При этом можно составить достаточно универсальный набор методов, что позволит освободить неподготовленного пользователя от решения вопроса выбора численной схемы. Алгоритм выбора шага для асимптотического приближения к границе режима ГС основан на доказанной теореме. Результаты тестирования подтвердили высокую эффективность алгоритмов. Отметим, что не все современные инструменты моделирования ГС позволяют получить качественный результат. Это обусловлено тем, что в них зачастую применяются традиционные методы анализа, не учитывающие перечисленные особенности ГС.

Список литературы

- [1] Esposito J. *Accurate event detection for simulating hybrid systems* // Hybrid Systems: Computation and Control (HSCC) : Springer-Verlag, 1998 ↑
- [2] Шорников Ю. В., Дружинин В. С., Макаров Н. А., Омельченко К. В., Томилов И. Н. Инструментальные средства машинного анализа : Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2005610126. М. : Роспатент, 2005. ↑

- [3] Новиков Е. А. Явные методы для жестких систем. Новосибирск : Наука. Сиб. Предпр. РАН, 1997. — 195 с. ↑[\[\]](#), [1](#), [1](#)
- [4] Шорников Ю. В., Новиков Е. А., Достовалов Д. Н. Алгоритм численного конструирования областей устойчивости одношаговых методов : Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009610905. М. : Роспатент, 2009. ↑[1](#)
- [5] Новиков Е. А., Шорников Ю. В., Никонова О. В. Алгоритм переменного порядка и шага на основе стадий метода Фельберга седьмого порядка точности // Научный вестник НГТУ, 2006, № 4(35), с. 105–118 ↑[1.2](#)
- [6] Новиков Е. А., Шорников Ю. В. Контроль устойчивости метода Фельберга седьмого порядка точности // Вычислительные Технологии, 2006. Т. 11, № 4, с. 65–72 ↑[1.2](#)
- [7] Новиков А. Е., Новиков Е. А., Шорников Ю. В., Достовалов Д. Н. Численное моделирование гибридных систем явным методом третьего порядка в инструментальной среде ИСМА // Проблемы информатики, 2010, № 3(7), с. 73–80 ↑[2](#), [2.1](#)

Рекомендовал к публикации *Программный комитет Молодёжной школы-семинара*
Модели и методы исследования гетерогенных систем

Об авторах:

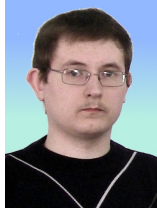


Юрий Владимирович Шорников

д.т.н., ведущий научный сотрудник Конструкторско-технологического института СО РАН

e-mail:

shornikov@inbox.ru



Дмитрий Николаевич Достовалов

аспирант Новосибирского государственного технического университета

e-mail:

dostovalov.dmitr@mail.ru



Алексей Владимирович Бессонов

аспирант Новосибирского государственного технического университета

e-mail:

abv.poste@gmail.com

Образец ссылки на эту публикацию:

Ю. В. Шорников, Д. Н. Достовалов, А. В. Бессонов. *Математическое и программное обеспечение компьютерного моделирования гибридных систем* // Программные системы: теория и приложения : электрон. научн. журн. 2012. Т. 3, № 5(14), с.45–58.

URL: http://psta.psiras.ru/read/psta2012_5_45-58.pdf

Yu. V. Shornikov, D. N. Dostovalov, A. V. Bessonov. *Mathematical and software simulation of hybrid systems.*

ABSTRACT. The description of algorithms for numerical analysis of hybrid systems with stiff modes. Integration algorithm is based on explicit Runge–Kutta schemes with automatic step selection of accuracy and stability calculations. A method of step choosing that provides an asymptotic approximation to the boundary mode, based on an original theorem.

Key Words and Phrases: stiffness, event function, adaptive integration algorithm, event detection.