

М. Н. Бурдаев

Маневр изменения положения искусственного спутника Земли на круговой орбите с использованием фазирующих витков траектории

Аннотация. В работе раскрывается сущность маневра изменения положения искусственного спутника Земли (ИСЗ) на круговой орбите с использованием фазирующих витков. Выполнена оценка эффективности использования малых и значительных величин импульсов скорости для изменения периода фазирующего витка, описана схема формирования фазирующих витков. Получены оценки ошибки выхода спутника в заданное положение.

Ключевые слова и фразы: маневр, спутник, круговая орбита, фазирующие витки, траектория.

1. Маневр с использованием фазирующих витков

Простейший маневр изменения положения искусственного спутника Земли (далее ИСЗ) на круговой орбите — это маневр с использованием фазирующих витков [1, 2]. Такой вид маневра применяется в схемах наведения пилотируемых транспортных кораблей «Союз» и грузовых транспортных кораблей «Прогресс».

Сущность этого маневра состоит во включении в состав траектории космического аппарата одного или нескольких витков орбиты, период которых регулируется для решения задачи изменения положения ИСЗ на орбите. Эти витки называют фазирующими.

Период обращения ИСЗ определяется по формуле

$$T = \frac{2\pi\mu}{\left(\frac{2\mu}{r} - V^2\right)^{\frac{3}{2}}},$$

Исследования проводятся в рамках работ по гранту РФФИ № 12-07-00205–а по теме «Разработка новых способов решения задач управления движениями космических аппаратов на всех этапах полетов и оперативного отображения получаемых результатов на основе методов годографов и когнитивной графики».

где r — радиус орбиты в точке маневра, V — скорость полета ИСЗ, μ — гравитационная постоянная поля тяготения Земли ($398603 \text{ км}^3/\text{с}^2$).

При выполнении маневра фазирования в некоторой точке M орбиты к ИСЗ прикладывается управляющий импульс скорости $\Delta \bar{V}_M$ под углом α_M к вектору начальной орбитальной скорости маневра $\bar{V}_{M_0}$ (рис. 1).

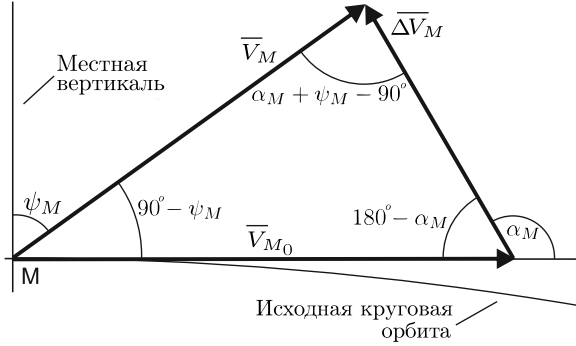


Рис. 1. Треугольник скоростей в исходной точке маневра

Вследствие этого изменяются величина и направление скорости $\bar{V}_M$, изменяются форма и размеры траектории ИСЗ.

Ее внутриплоскостные параметры принимают значения:

- орбитальная скорость $\bar{V}_M$:

$$V_M = \sqrt{V_{M_0}^2 + \Delta V_M^2 + 2V_{M_0}\Delta V_M \cos \alpha_M},$$

- угол ψ_M между вектором скорости $\bar{V}_M$ и местной вертикалью:

$$\psi_M = \arctg \left(\frac{\frac{V_{M_0}}{\Delta V_M} + \cos \alpha_M}{\sin \alpha_M} \right),$$

- сидерический период T_Φ обращения по новой орбите (фазирующему витку):

$$(1) \quad T_\Phi = \frac{2\pi\mu}{\left(\frac{2\mu}{r} - V_M^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2\pi\mu}{\left(\frac{2\mu}{r} - V_{M_0}^2 - \Delta V_M^2 - 2V_{M_0}\Delta V_M \cos \alpha_M\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Для исходной круговой орбиты $V_{M_0} = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$, и формула (1) принимает вид:

$$(2) \quad T_{\Phi} = \frac{2\pi\mu}{\left(\frac{2\mu}{r} - V_M^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2\pi\mu}{\left(\frac{\mu}{r} - \Delta V_M^2 - 2\sqrt{\frac{\mu}{r}}\Delta V_M \cos \alpha_M\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

2. Эффективность использования импульса скорости

Эффективность использования импульса скорости ΔV_M для изменения периода фазирующего витка T_{Φ} при малых величинах импульсов определяется из уравнения

$$(3) \quad \frac{dT_{\Phi}}{d\Delta V_M} = 6\pi\mu \frac{V_{M_0} \cos \alpha_M + \Delta V_M}{\left(2\frac{\mu}{r} - V_{M_0}^2 - \Delta V_M^2 - 2V_{M_0}\Delta V_M \cos \alpha_M\right)^{\frac{5}{2}}}.$$

График этой зависимости для геостационарных ИСЗ показан на рис. 2.

Для значительных величин импульсов скорости ΔV_M изменение периода фазирующего витка ΔT_{Φ} рассчитывается по формуле

$$(4) \quad \Delta T_{\Phi} = 2\pi\mu \left[\left(\frac{1}{2\frac{\mu}{r_M} - V_{M_0}^2 - \Delta V_M^2 - 2V_{M_0}\Delta V_M \cos \alpha_M} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{1}{2\frac{\mu}{r_M} - V_{M_0}^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right].$$

Эта зависимость для геостационарного экваториального ИСЗ изображена на рис. 3.

Из формулы (3) следует, что

- (1) при постоянном значении величины управляющего импульса скорости $\Delta \bar{V}_M$ экономичность маневра фазирования зависит от угла α_M
- (2) экономичность регулирования периода фазирующего витка возрастает с увеличением импульса скорости, направленного на разгон, и уменьшается с увеличением импульса скорости, направленного на торможение

- (3) наибольшее и наименьшее значения ΔT_Φ и вместе с ними максимальная экономичность маневра достигаются при $\alpha_M = 0^\circ$ и $\alpha_M = 180^\circ$, то есть в случаях, когда управляющий импульс скорости $\Delta \bar{V}_M$ направлен параллельно вектору начальной скорости маневра.

Далее в анализе маневра фазирования будем рассматривать только эти варианты значений углов α_M .

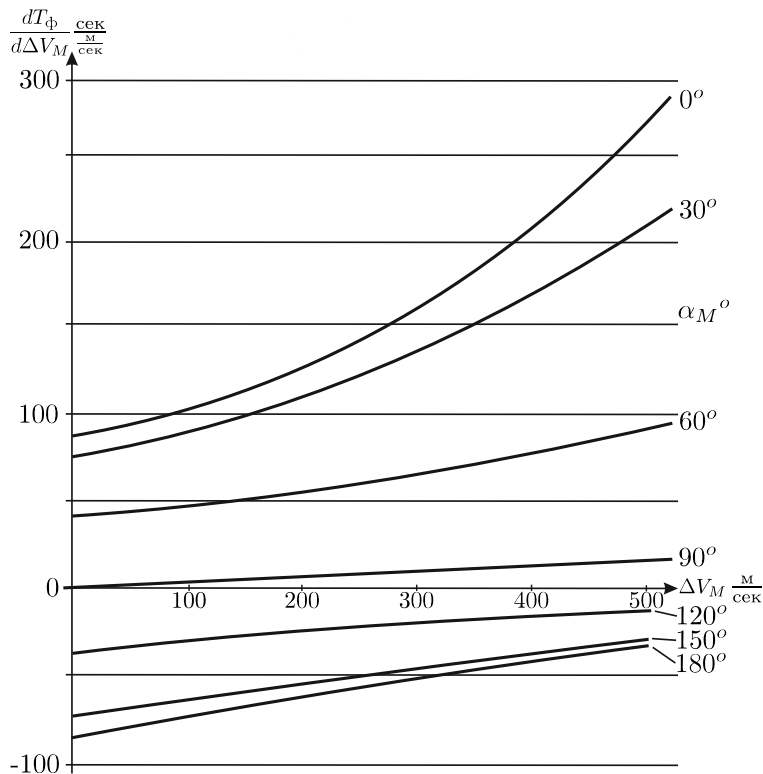


Рис. 2. Зависимость показателя $\frac{dT}{d\Delta V_M}$ эффективности изменения периода фазирующего витка от величины ΔV_M и направления α_M импульса скорости

При малых величинах импульсов скорости и углах $\alpha = 0^\circ ; 180^\circ$ изменение периода T фазирующего витка для геостационарного экваториального ИСЗ составляет соответственно $\pm 84,07$ секунды на

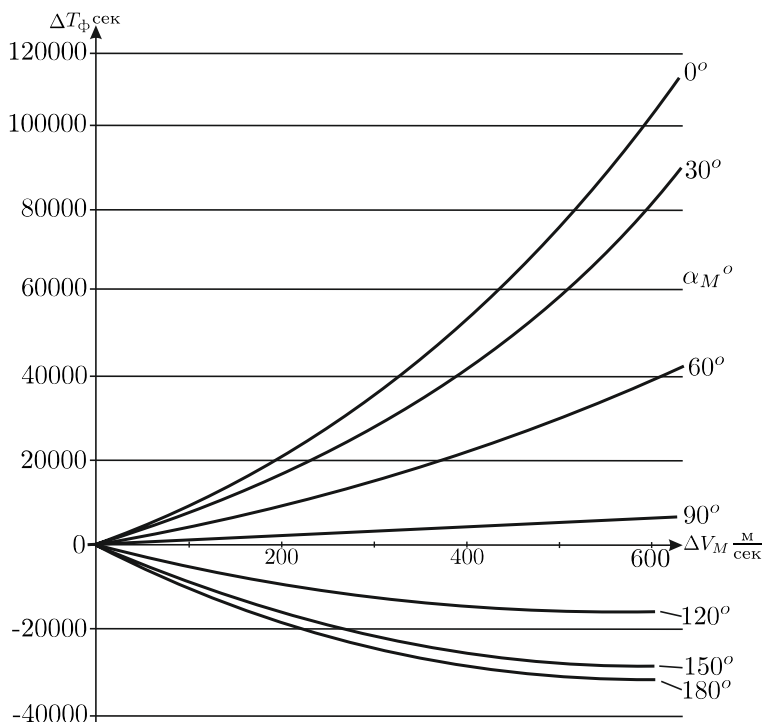


Рис. 3. Зависимость изменения ΔT периода фазирующего витка геостационарного экваториального ИСЗ от направления α_M и величины ΔV_M импульса скорости

один метр в секунду импульса скорости ΔV_M ; для ИСЗ на круговой орбите высотой 300 км этот показатель равен 2,10 секунды на один метр в секунду импульса скорости.

Когда векторы управляющих импульсов скорости параллельны векторам начальных орбитальных скоростей, фазирующие витки траектории ИСЗ не пересекаются с исходной и конечной орбитой, а только касаются ее в точке начала и конца маневра. На круговых орбитах эти варианты соответствуют углам $\alpha = 0^\circ ; 180^\circ$. Витки, обеспечивающие сдвиг ИСЗ вперед по орбите, лежат внутри исходной и конечной орбиты; витки, формируемые для сдвига ИСЗ назад по орбите, располагаются вне ее (рис. 4).

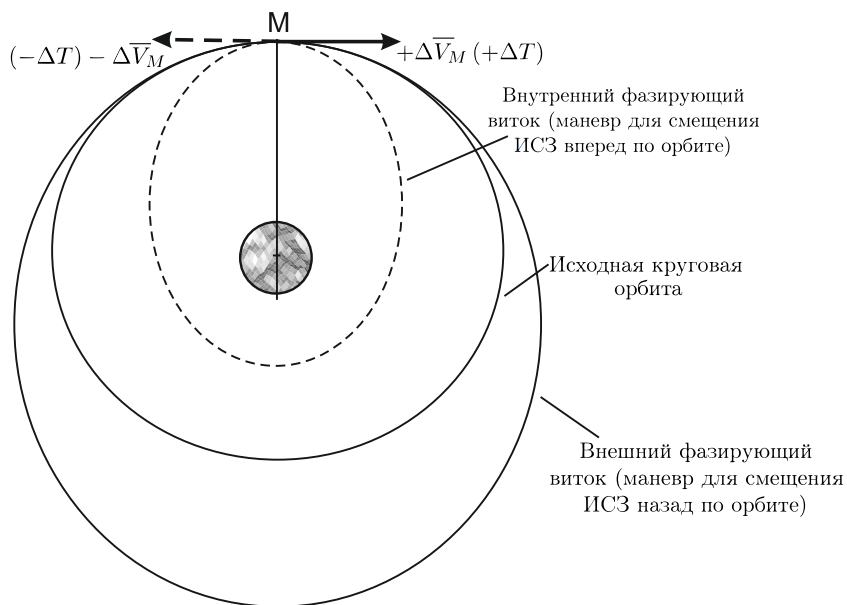


Рис. 4. Схема формирования фазирующих витков

Горизонтальный импульс скорости, увеличивающий ее величину, переводит ИСЗ на орбиту, внешнюю по отношению к исходной (рис. 4). Максимальная величина этого импульса ограничена разностью между второй космической скоростью и начальной скоростью ИСЗ в точке перехода на фазирующий виток. Период фазирующего витка T_{Φ} больше, чем период T_0 исходной круговой орбиты. Поэтому ИСЗ, пройдя один фазирующий виток своей траектории, возвращается на исходную орбиту позднее, чем пришел бы в ту же точку, не получив импульса скорости, на время $\Delta T = T_{\Phi} - T_0$.

Когда начальный фазирующий импульс скорости создается не на разгон, а на торможение, ИСЗ переходит на орбиту, внутреннюю по отношению к исходной (рис. 4). Период фазирующего витка T_{Φ} в этом случае меньше, чем период T_0 исходной круговой орбиты. Поэтому ИСЗ после прохождения одного фазирующего витка возвращается на исходную орбиту на время $\Delta T = T_{\Phi} - T_0$ раньше, чем пришел бы в ту же точку, не получив импульса скорости.

Величина тормозного фазирующего импульса скорости ограничена условием обеспечения высоты перигея фазирующего витка не менее заданной. Для исходной круговой орбиты это условие представлено уравнением

$$\Delta V_{\text{торм max}} = V_{M_0} - V_{M \text{ min}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_M}} \left(\sqrt{\frac{2}{\frac{r_M}{r_n} + 1}} - 1 \right).$$

В обоих случаях изменение Δu углового положения ИСЗ на круговой орбите за время ΔT определяется по формуле

$$\Delta u = -\sqrt{\frac{\mu}{r_M}} \frac{\Delta T}{r_M} = 2\pi\mu \left[\left(\frac{1}{2\frac{\nu}{r_M} - V_{M_0}^2} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{1}{2\frac{\mu}{r_M} - V_{M_0}^2 - \Delta V_M^2 - 2V_{M_0}\Delta V_M \cos \alpha_M} \right)^{\frac{3}{2}} \right].$$

В момент выхода на высоту исходной орбиты в обоих случаях маневр может быть завершен созданием второго управляющего импульса скорости ΔV_2 , равного по величине и противоположного по направлению первому. После создания второго импульса ИСЗ возвращается на исходную круговую орбиту и продолжает движение по ней, проходя все ее точки позже или раньше на указанные выше интервалы времени ΔT и отставая или опережая свое прежнее движение на угловую дальность Δu .

В целях экономии топлива число фазирующих витков может быть увеличено. В этих случаях второй импульс скорости создается в той же точке после выполнения заданного количества n фазирующих витков.

Общий расход импульсов скорости ΔV_{Σ} при заданной величине перемещения ИСЗ по орбите уменьшается обратно пропорционально увеличению числа фазирующих витков.

На рис. 5 показана зависимость величины суммарного управляющего импульса скорости ΔV_{Σ} от величины смещения Δu геостационарного экваториального ИСЗ по орбите, равного для него смещению $\Delta \lambda$ по географической долготе, и от числа n фазирующих витков.

При малых величинах перемещений ИСЗ по круговой орбите (порядка градусов) отношение суммы первого и второго затрачиваемых

импульсов скорости dV_Σ к величине перемещения $d\vartheta$ ИСЗ по орбите составляет

$$(5) \quad \begin{aligned} \frac{d\Delta V_\Sigma}{du} &= -\frac{r_M}{n} \sqrt{\frac{r_M}{\mu}} \frac{d\Delta V}{dT_\Phi} \\ &= \mp \left(\frac{r_M}{\mu} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{\left(2\frac{\mu}{r_M} - V_{M_0}^2 - \Delta V_M^2 - 2V_{M_0}\Delta V_M \right)^{\frac{5}{2}}}{3\pi n (V_{M_0} + \Delta V)_M}. \end{aligned}$$

Знак минус перед правой частью этого уравнения соответствует импульсу скорости на разгон ($\Delta V > 0$), знак плюс — импульсу скорости на торможение ($\Delta V < 0$).

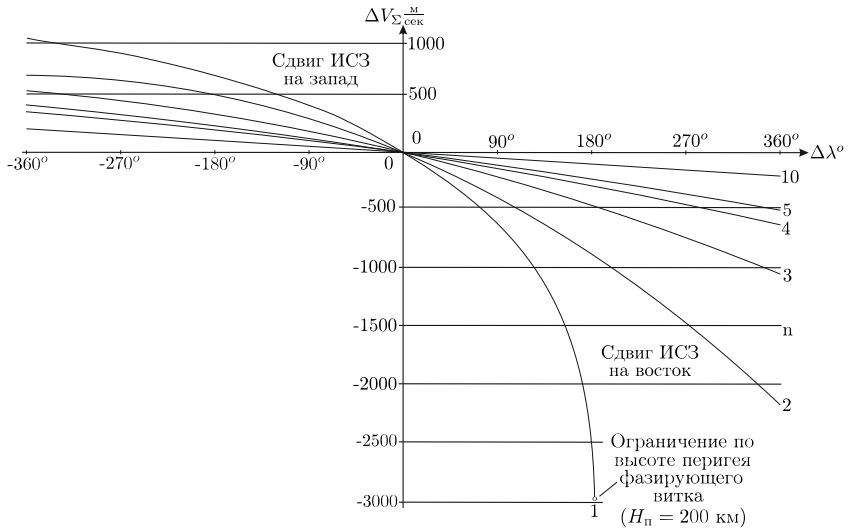


Рис. 5. Зависимость сдвига геостационарного экваториального ИСЗ по долготе $\Delta\lambda$ от суммарных затрат импульса скорости ΔV_Σ и числа n фазирующих витков

Для геостационарного экваториального ИСЗ угловая скорость его движения по орбите равна угловой скорости ω_z вращения Зем-

ли, и для него формула (5) приобретает вид

$$\frac{d\Delta V_{\Sigma}}{d\lambda} = -\frac{1}{\omega_3 n} \frac{d\Delta V}{dT_{\Phi}} = \mp \frac{1}{3\pi\mu\omega_3 n (V_{M_0} + \Delta V_M)} \left(2\frac{\mu}{r_M} - V_{M_0}^2 - \Delta V_M^2 - 2V_{M_0}\Delta V_M \right)^{\frac{5}{2}},$$

что соответствует затратам суммарного импульса скорости 5,694 метра в секунду для смещения геостационарного экваториального ИСЗ вдоль экватора на один градус географической долготы λ при одном фазирующем витке.

Экономичность маневра фазирования характеризуется отношением величины суммарного затраченного импульса скорости $\Delta V_{\Sigma} = \Delta V_M + \Delta V_2$ к величине Δu сдвига ИСЗ по орбите. Зависимость этого показателя экономичности маневра фазирования от величины суммарного затраченного на выполнение маневра импульса скорости для геостационарного экваториального ИСЗ вычисляется по формуле

$$\frac{\Delta V_{\Sigma}}{\Delta \lambda} = \frac{\sqrt{\mu}}{\pi\omega_3 n} \frac{\Delta V_M}{\left(\frac{2}{r_M} - \frac{V_M^2}{\mu} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{2}{r_M} - \frac{(V_M + \Delta V_M)^2}{\mu} \right)^{\frac{3}{2}}}.$$

График этой зависимости показан на рис. 6. Зависимость показателя экономичности маневра фазирования от величины $\Delta \lambda$ смещения вдоль орбиты геостационарного экваториального ИСЗ показана на рис. 7.

Из рис. 6 и 7 видно, что при равных углах сдвига ИСЗ вдоль орбиты в восточном и в западном направлениях экономичность маневра фазирования различна. При сдвиге на запад экономичность выше и растет с увеличением угла сдвига. При сдвиге на восток она ниже и уменьшается с увеличением угла сдвига.

В целях экономии топлива количество фазирующих витков может быть увеличено. В этих случаях второй импульс скорости создается в той же точке после выполнения заданного количества n фазирующих витков. Общий расход импульсов скорости при заданной величине перемещения ИСЗ по орбите уменьшается обратно пропорционально увеличению числа фазирующих витков. Но, вследствие наличия импульса последствия управляющих двигателей, с увеличением числа фазирующих витков накапливается ошибка исполнения маневра. Это ограничивает максимальное допустимое количество фазирующих витков при наличии ограничений по точности выполнения

маневра. Количество фазирующих витков может быть ограничено также по допустимой длительности маневра.

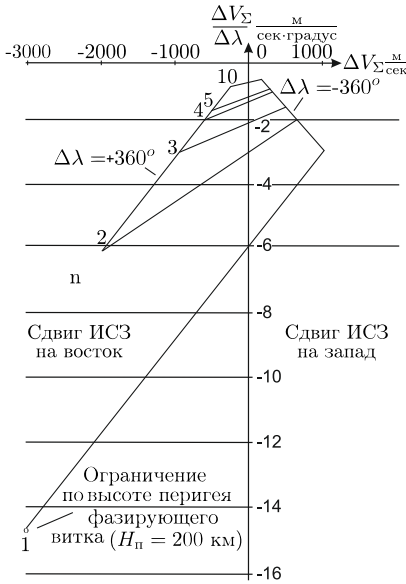


Рис. 6. Зависимость показателя $\frac{\Delta V_{\Sigma}}{\Delta \lambda}$ экономичности маневра фазирования от величины ΔV_{Σ} суммарного затрачиваемого на маневр импульса скорости и количества фазирующих витков n

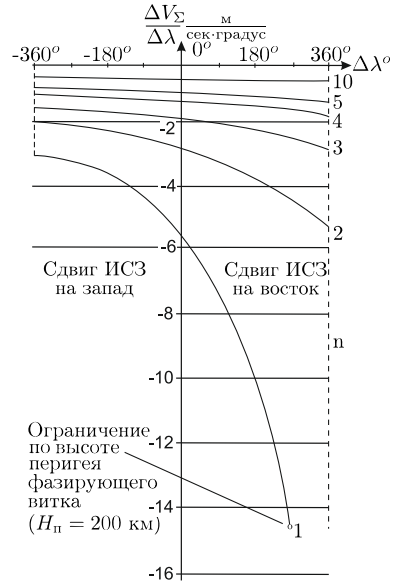


Рис. 7. Зависимость показателя $\frac{\Delta V_{\Sigma}}{\Delta \lambda}$ экономичности маневра фазирования от величины угла $\Delta \lambda$ смещения ИСЗ по орбите и числа n фазирующих витков

При суммарном импульсе последствия управляющих двигателей δV ошибка вывода в заданное положение $\delta \vartheta$ определяется по формуле

$$\frac{d\vartheta}{d\Delta V_{\Sigma}} = -\frac{n}{r_M} \sqrt{\frac{\mu}{r_M}} \frac{dT_{\Phi}}{d\Delta V}$$

$$= \mp 3\pi n \left(\frac{\mu}{r_M} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{V_{M_0} + \Delta V_M}{\left(2\frac{\mu}{r_M} - V_{M_0}^2 - \Delta V_M^2 - 2V_{M_0}\Delta V_M \right)^{\frac{5}{2}}}.$$

Для геостационарного экваториального ИСЗ эта формула имеет вид

$$\frac{d\vartheta}{d\Delta V_{\Sigma}} = -\omega_3 n \frac{dT_{\Phi}}{d\Delta V} = \mp 3\pi\mu\omega_3 n \frac{V_{M_0} + \Delta V_M}{\left(2\frac{\mu}{r_M} - V_{M_0}^2 - \Delta V_M^2 - 2V_{M_0}\Delta V_M\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Заключение

Таким образом, в настоящей работе выполнена оценка эффективности использования малых и значительных величин импульсов скорости для изменения периода фазирующего витка, описана схема формирования фазирующих витков и получены оценки ошибки выхода ИСЗ в заданное положение.

Полученные результаты используются в ФГБУ «Научно-исследовательский испытательный Центр подготовки космонавтов имени Ю. А. Гагарина» для обучения космонавтов теории перелетов.

Список литературы

- [1] Баринов К. Н., Бурдаев М. Н., Мамон П. А. Динамика и принципы построения орбитальных систем космических аппаратов. М. : Машиностроение, 1975. — 151 с. ↑[1](#)
- [2] Бурдаев М. Н. *О маневре перевода геостационарного ИСЗ в новую точку стояния методом фазирования* // XLIII научные чтения памяти К.Э. Циолковского. — Калуга, 1975. ↑[1](#)

Об авторе:



Михаил Николаевич Бурдаев

Доктор технических наук, профессор, академик Академии космонавтики, космонавт-испытатель, главный научный сотрудник 57 отдела 5-го Научного управления ФГБУ «Научно-исследовательский испытательный Центр подготовки космонавтов имени Ю. А. Гагарина».

e-mail:

BurdaevMN@mail.ru

Образец ссылки на эту публикацию:

М. Н. Бурдаев. *Маневр изменения положения искусственного спутника Земли на круговой орбите с использованием фазирующих витков траектории* // Программные системы: теория и приложения : электрон. научн. журн. 2013. Т. 4, № 1(15), с.3–14.

URL: http://psta.psir.ru/read/psta2013_1_3-14.pdf

M. N. Burdayev. *The repositioning maneuver of artificial Earth satellite in a circular orbit with the phasing coils trajectory.*

ABSTRACT. The paper reveals the maneuver entity of reposition artificial satellite on a circular orbit with a phasing coils. The efficiency of the small and large velocity pulses quantities for a phasing coil cycle changing is estimated, and the phasing coil formation scheme is described. The estimates of a artificial satellite endpoint navigation errors are obtained. *(in Russian).*

Key Words and Phrases: maneuver, satellite, circular orbit, phasing coils, trajectory.