

А. А. Ардентов, И. Ю. Бесчастный, А. П. Маштаков,
А. Ю. Попов, Ю. Л. Сачков, Е. Ф. Сачкова

Алгоритмы вычисления положения и ориентации БПЛА

Аннотация. В работе описаны алгоритмы и программы, созданные для моделирования полета и определения трехмерных координат и углов ориентации беспилотного летательного аппарата без использования сигналов спутниковой навигации.

Ключевые слова и фразы: БПЛА, автономное позиционирование, техническое зрение, теория управления.

1. Введение

Высокие скорости компьютерных вычислений и компактность бортовых компьютеров позволяют создавать и реализовывать методы локализации летательного аппарата на новых принципах. В данной работе описаны алгоритмы и программы, созданные для решения задачи автономного позиционирования беспилотных летательных аппаратов на основе использования современных систем технического зрения, методов теории управления и геометрии.

2. Постановка задачи и подход к ее решению

Рассматривается задача автономного позиционирования беспилотного летательного аппарата (БПЛА), а именно: определение трехмерных координат и ориентации БПЛА без использования сигналов ГЛОНАСС/GPS.

Работа выполнена в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы», госконтракт № 07.514.11.4033 от 23.09.2011.

© А. А. Ардентов, И. Ю. Бесчастный, А. П. Маштаков, А. Ю. Попов, Ю. Л. Сачков, Е. Ф. Сачкова, 2012

© Институт программных систем имени А.К. Айламазяна РАН, 2012

© **ПРОГРАММНЫЕ СИСТЕМЫ: ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ**, 2012

Новый подход к решению задачи заключается в использовании системы компьютерного зрения БПЛА: генерации и обработки потока фотокадров подстилающего рельефа.

Стратегия реализации этого подхода заключается в моделировании компьютерного зрения БПЛА. С этой целью генерируется траектория БПЛА, в некоторых точках которой искусственно создаются фотокадры, полученные со спутника. Подстилающий рельеф моделируется электронной картой. Выбирается основной принцип ориентации по карте: ориентация по выделенным опорным (контрольным, маяковым) точкам.

Следующим этапом является работа с построенной моделью. Она включает в себя применение методов выделения опорных точек на снимке, создание вычислительного метода позиционирования БПЛА не более чем по трем опорным точкам, реализацию этого метода в виде пакета компьютерных программ.

Заключительным этапом является сопоставление полученных вычислительных результатов определения положения и ориентации БПЛА с заранее смоделированными навигационными данными.

3. Генерация траектории БПЛА

Для задания траектории полета БПЛА задаются координаты контрольных точек и координаты вектора скорости в каждой такой точке. Программа на основании полученных данных о положении и ориентации летательного аппарата должна генерировать траекторию, проходящую через точку текущего местоположения БПЛА и следующую контрольную точку.

Эта траектория имеет ряд естественных ограничений. Во-первых, она должна быть хотя бы C^1 -кривой (т.к. БПЛА не может двигаться скачками), во-вторых, в каждой своей точке её кривизна не должна превосходить некоторого заданного значения (поскольку любой летательный аппарат имеет ограниченный радиус виража). Эта задача впервые была поставлена Дубинсом [1], позднее сформулирована в виде задачи оптимального управления, и к настоящему времени уже детально исследована в двумерном случае. Данная задача в двумерном случае приводит к простейшей модели мобильного робота, перемещающегося по плоскости, которую называют машиной Дубинса.

Движение такой машины описывается следующими уравнениями:

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{x} = \cos \theta, \\ \dot{y} = \sin \theta, \\ \dot{\theta} = u, \end{cases}$$

где $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ — координаты базисной точки мобильного робота на плоскости, угол $\theta \in S^1$ задает ориентацию мобильного робота на плоскости (угол между осью абсцисс и главной осью мобильного робота), $u \in \mathbb{R}$, $|u| < u_{\max}$ — управление (угловая скорость мобильного робота).

В трехмерном случае мы имеем следующую задачу: пусть БПЛА в начальный момент времени находится в точке O , с вектором мгновенной скорости $\vec{V}$ и матрицей ориентации R . И пусть задана некоторая точка O' с вектором скорости $\vec{V}'$. Требуется соединить эти две точки C^1 -кривой (т.е. непрерывно дифференцируемой кривой) так, чтобы она касалась пары этих векторов, и соответствующий радиус кривизны был бы не меньше заранее заданной величины r . Движениями евклидова пространства мы всегда можем добиться того, чтобы $O = (0, 0, 0)$, $\vec{V} = (1, 0, 0)$ и $R = Id$.

Для двумерной модели Дубинса известен следующий результат: если две точки расположены достаточно далеко, то наиболее короткой является траектория, состоящая из сегмента окружности радиуса r , прямой и еще одного сегмента окружности того же радиуса. На основе этого результата предлагается следующий алгоритм [2]: сначала БПЛА движется по окружности радиуса r , пока вектор скорости $\vec{V}_t$ не окажется в одной плоскости с вектором $\vec{V}'$, после чего решается обычная плоская задача Дубинса (рис. 1). Получается, что искомая траектория разбивается на четыре сегмента: конкатенацию двух окружностей, отрезка прямой и окружности.

Алгоритм решения плоской задачи следующий [3]:

- (1) строятся окружности, которые касаются векторов в начальной и конечной точке;
- (2) строятся всевозможные касательные к этим окружностям;
- (3) выбор оптимальной (наиболее короткой) траектории, состоящей из сегмента окружности, отрезка прямой линии и сегмента другой окружности.

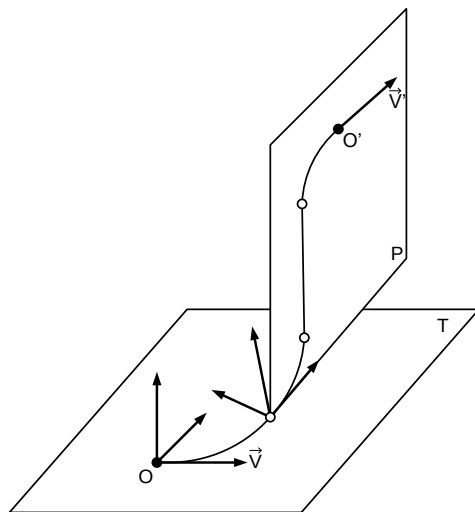


Рис. 1. Построение пространственной траектории.

В общем случае получается восемь различных траекторий, и на заключительном этапе требуется вычислить их длины и выбрать наикратчайшую траекторию.

Если время прохождения по первому сегменту равно нулю, то в качестве вырожденного случая получаем, что искомая кривая является плоской. Другим вырожденным случаем является движение по прямой, когда время движения по сегментам всех окружностей равно нулю. Для этих траекторий существенно уменьшается количество вычисляемых параметров.

Результат работы алгоритма представлен на рис. 2.

Представленный алгоритм реализован в виде модуля программного комплекса автономного позиционирования БПЛА «Навигатор-М». Обширное тестирование демонстрирует, что траектория БПЛА по заданным опорным точкам успешно строится в 99,9% случаев.

4. Схема общего алгоритма решения задачи АП БПЛА

В данном разделе описаны методы решения задачи автономного позиционирования БПЛА для различных режимов полета.

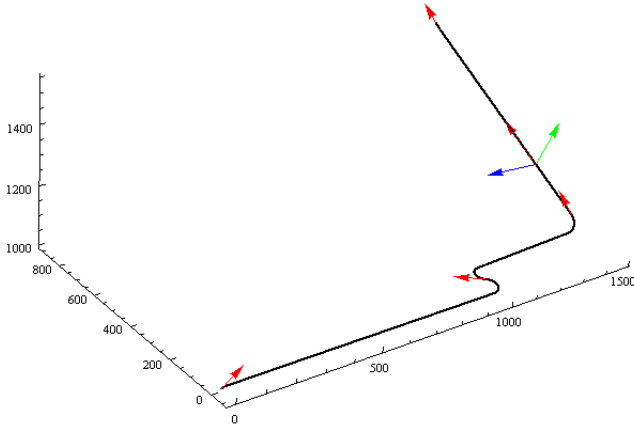


Рис. 2. Построение пространственной траектории.

4.1. Маневренный полет над рельефной местностью

4.1.1. Математическая модель полета БПЛА с системой технического зрения

Беспилотный летательный аппарат моделируется подвижным ортонормированным репером $Se'_1e'_2e'_3$, в начальной точке которого находится точечная фотокамера $C(X_c, Y_c, Z_c)$, задающая положение БПЛА в мировой системе координат и наблюдающая опорные точки $P(X, Y, Z)$ подстилающего рельефа. Фотокамера жестко закреплена на движущемся БПЛА, ее главный оптический луч l противоположно направлен вектору e'_3 . Процесс фотографирования представляет собой перспективную проекцию опорных точек на плоскость полета в момент времени t и линейное преобразование метрической системы координат полученных проекций точек в пиксельную ${}^P P(x, y)$ на снимке $I(t)$. Перспективная проекция — это линейное отображение, которое является композицией центральной с центром в точке C однородной гомотетии на переднюю плоскость изображения и проецирования на плоскость полета.

Матрица ориентации БПЛА — это матрица перехода R от неподвижного (мирового) репера $Se_1e_2e_3$ к подвижному $Se'_1e'_2e'_3$:

$$e'_k = r_{k1}e_1 + r_{k2}e_2 + r_{k3}e_3, \quad k = 1, 2, 3,$$

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}.$$

Тогда математическая модель камеры имеет вид:

$$(2) \quad \begin{pmatrix} wx \\ wy \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x & 0 & a_x \\ 0 & f_y & a_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ -r_{21} & -r_{22} & -r_{23} \\ -r_{31} & -r_{32} & -r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X - X_c \\ Y - Y_c \\ Z - Z_c \end{pmatrix},$$

где f_x, f_y, a_x, a_y — параметры камеры.

4.1.2. Система фотограмметрических уравнений

В картографии известна система фотограмметрических уравнений, позволяющая по известным трехмерным координатам опорной точки $P(X, Y, Z)$, положению фотокамеры $C(X_c, Y_c, Z_c)$ и элементам матрицы ориентации самолета вычислять двумерные координаты образа $^P P(x, y)$ опорной точки и наносить опорную точку на карту.

Из математической модели камеры (2) выводится система фотограмметрических уравнений:

$$(3) \quad \begin{aligned} x &= -f_x \frac{r_{11}(X - X_c) + r_{12}(Y - Y_c) + r_{13}(Z - Z_c)}{r_{31}(X - X_c) + r_{32}(Y - Y_c) + r_{33}(Z - Z_c)} + a_x, \\ y &= f_y \frac{r_{21}(X - X_c) + r_{22}(Y - Y_c) + r_{23}(Z - Z_c)}{r_{31}(X - X_c) + r_{32}(Y - Y_c) + r_{33}(Z - Z_c)} + a_y. \end{aligned}$$

4.1.3. Углы Эйлера для матрицы ориентации БПЛА

Матрицу ориентации БПЛА можно задать, используя углы Эйлера, а именно [4]:

$$(4) \quad \begin{aligned} R(\alpha, \beta, \delta) &= R_\delta^{Z''} R_\beta^{X'} R_\alpha^Z = \\ &= \begin{pmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

где $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\beta \in [0, \pi/2)$, $\delta \in [0, 2\pi)$.

4.1.4. Метод решения задачи АП БПЛА

Систему фотограмметрических уравнений (3) можно использовать для решения задачи АП БПЛА. Рассматривается фотопоток, на каждом кадре которого имеются изображения известных опорных точек подстилающего рельефа. В качестве матрицы ориентации БПЛА рассматривается матрица (4). Тогда, если потребовать, чтобы в момент съемки фотокамера наблюдала не менее трех опорных точек подстилающего рельефа и фотографировала их, то можно построить систему уравнений относительно искомых величин $C(X_c, Y_c, Z_c)$, α , β , δ :

$$(5) \quad \begin{aligned} x_i &= -f_x \frac{r_{11}(X_i - X_c) + r_{12}(Y_i - Y_c) + r_{13}(Z_i - Z_c)}{r_{31}(X_i - X_c) + r_{32}(Y_i - Y_c) + r_{33}(Z_i - Z_c)} + a_x, \\ y_i &= f_y \frac{r_{21}(X_i - X_c) + r_{22}(Y_i - Y_c) + r_{23}(Z_i - Z_c)}{r_{31}(X_i - X_c) + r_{32}(Y_i - Y_c) + r_{33}(Z_i - Z_c)} + a_y, \end{aligned}$$

где $r_{ij} = r_{ij}(\alpha, \beta, \delta)$, $i, j = 1, 2, 3$.

4.1.5. Исследование на единственность решения

В этом пункте выполняется редукция шестимерной системы (5) к трехмерной.

С этой целью проводится вспомогательная работа:

- (1) вычисление координат фотоизображений опорных точек в мировой системе координат:
 - (а) преобразование

$${}^P P(x_k, y_k) \mapsto {}^F P(u_k, v_k, -f), \quad k = 1, 2, 3,$$

снимка $I(t)$ фотопотока, при котором каждой точке-фотообразу опорной точки на снимке ставится в соответствие точка на передней плоскости изображения, где единицы измерения — метры;

- (b) вычисление мировых координат точки ${}^F P$:

$$(a_k, b_k, d_k)^T = R^T(\alpha, \beta, \delta)(u_k, v_k, -f)^T \quad k = 1, 2, 3;$$

- (2) вычисление векторов

$$(6) \quad \begin{aligned} (\xi_1, \eta_1, \zeta_1) &= (X_2 - X_1, Y_2 - Y_1, Z_2 - Z_1), \\ (\xi_2, \eta_2, \zeta_2) &= (X_3 - X_2, Y_3 - Y_2, Z_3 - Z_2). \end{aligned}$$

Путем исключения переменных $C(X_c, Y_c, Z_c)$ из системы (5) получается искомая система относительно переменных α, β, δ :

$$(7) \quad \begin{aligned} \eta_1(a_2d_1 - a_1d_2) - \xi_1(b_2d_1 - b_1d_2) &= \zeta_1(a_2b_1 - a_1b_2) \\ \eta_2(a_3d_2 - a_2d_3) - \xi_2(b_3d_2 - d_3b_2) &= \zeta_2(a_3b_2 - b_3a_2) \\ \xi_2(a_2d_1 - a_1d_2)d_3 - \xi_1(a_3d_2 - a_2d_3)d_1 &= \\ &= \zeta_1a_1a_2d_3 + \zeta_2a_2a_3d_1 - (\zeta_1 + \zeta_2)a_1a_3d_2. \end{aligned}$$

Для исследования редуцированной системы (7) на единственность решения с помощью компьютерной системы Mathematica вычисляется якобиан этой системы. В силу высокой сложности полученного выражения для якобиана исследование его нулей проводится с использованием системы Mathematica. В подобласти допустимых значений переменных $\alpha \in [0, 1)$, $\beta \in [0, 0.3)$, $\delta \in [0, 1.5)$ построена поверхность, на которой якобиан обращается в ноль. Эта особая поверхность $\text{Jacobian}(\alpha, \beta, \delta, \text{parameters}) = 0$ приводится на Рис. 3.

4.1.6. Рекомендации к алгоритму вычисления положения и ориентации БПЛА

Существование особых поверхностей в пространстве переменных α, β, δ означает неоднозначную разрешимость редуцированной системы (7), а значит, и (5). Следовательно, при анализе фотопотока $I(t_k)$ для некоторых кадров могут получиться неверные значения положения и ориентации БПЛА. Предлагаются следующие практические рекомендации по ликвидации такого рода ошибок:

- Сравнение с предыдущим результатом: если полученное решение далеко от предыдущего, то, возможно, оно находится на особой поверхности; наличие фотоснимка означает существование решения, поэтому можно найти истинный корень методом выбора случайного начального приближения.
- Определение момента «схода» решения с особой поверхности на основе анализа фоторяда;
- Конструирование алгоритма на основе смешанного подхода.

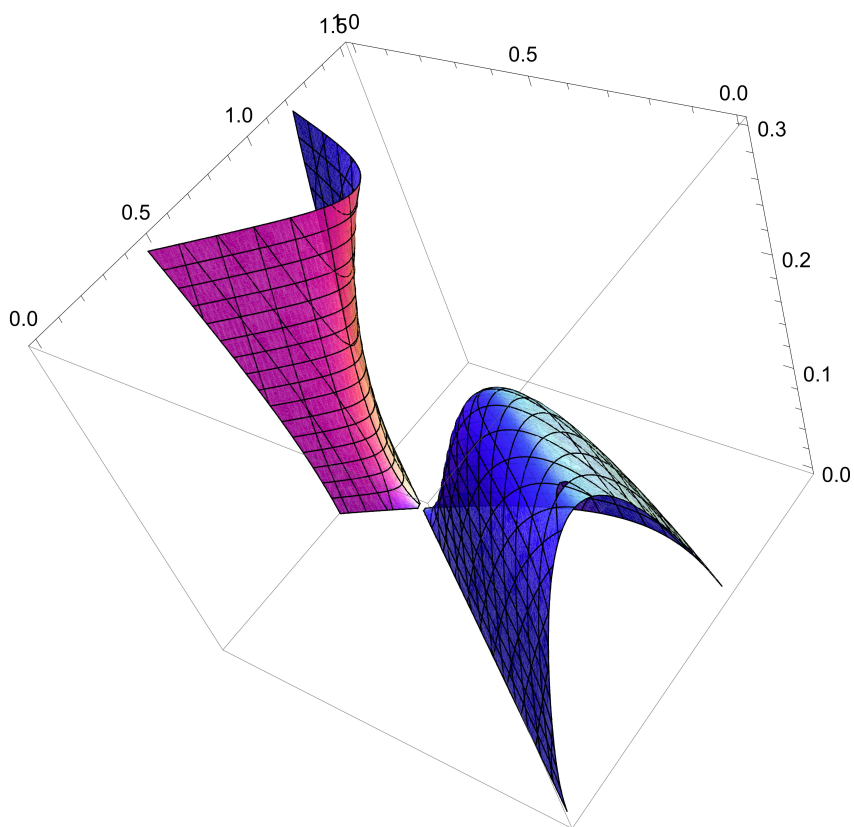


Рис. 3. Особая поверхность редуцированной системы

4.2. Крейсерский полет над равнинной местностью

4.2.1. Полет по двум ориентирам

Рассматривается частный случай полета БПЛА на постоянной высоте. С летательным аппаратом жестко связана фотокамера, главный оптический луч которой смотрит вертикально вниз. Камера фиксирует ориентиры (опорные точки) подстилающего достаточно плоского ландшафта. Задача заключается в определении по двум ориентирам, попадающим в поле зрения камеры, положения (X_c, Y_c, Z_c) и ориентации $R(\alpha, \beta, \delta)$ (см. (4)) БПЛА.

При наложенных ограничениях система (5) существенно упрощается: углы β и δ становятся равными нулю, а значит ориентация БПЛА задается одним углом α . Наличие двух ориентиров с известными координатами в пространстве $P_i = (X_i, Y_i, Z_i)$, $i = 1, 2$, и их фотообразов на снимке $I^P P_i^c = (x_i, y_i)$, $i = 1, 2$, позволяет решать поставленную задачу следующим способом. Положение (X_c, Y_c, Z_c) и угол ориентации α могут быть найдены из системы следующих 4-х уравнений, составленных из систем (5) для двух ориентиров:

$$(8) \quad \begin{aligned} x_i &= -f_x \frac{\cos \alpha (X_i - X_c) + \sin \alpha (Y_i - Y_c)}{(Z_i - Z_c)} + a_x, \\ y_i &= f_y \frac{-\sin \alpha (X_i - X_c) + \cos \alpha (Y_i - Y_c)}{(Z_i - Z_c)} + a_y, \\ i &= 1, 2. \end{aligned}$$

Будем считать, что карта местности map представляет собой набор аэрофотоснимков, сделанных с высоты Z_0 направленной вертикально вниз камерой, аналогично камере, установленной на БПЛА, (см. рис. 4). Пусть на карту map нанесены образы ${}^P P_1^0, {}^P P_2^0$ тех же опорных точек P_1, P_2 . Пусть F_0 — фокусное расстояние камеры, с помощью которой была сделана карта, f — фокусное расстояние камеры, установленной на БПЛА.

Для решения системы (8) предлагается использовать численные методы. Начальное приближение основано на оценке высоты БПЛА путем сравнения расстояния между образами ориентиров на карте и образами соответствующих ориентиров на снимке, полученными с бортовой камеры (см. рис. 5).

Алгоритм для нахождения начального приближения:



Рис. 4. Представление карты местности

- (1) Определение высоты БПЛА Z_c путем вычисления отношения расстояний между известными объектами на карте и этими же объектами на снимке. Расстояние между ориентирами на карте $r^0 = |{}^P P_1^0 \ {}^P P_2^0|$, расстояние между соответствующими ориентирами на снимке $r^c = |{}^P P_1^c \ {}^P P_2^c|$. Тогда

$$Z_c \approx Z_0 \frac{r^0}{r^c} \frac{f}{F_0}.$$

- (2) В случае $Z_i = 0$, $i = 1, 2$, исключая из системы уравнений (8) координаты камеры и учитывая (6), получим подсистему относительно $\cos \alpha$, $\sin \alpha$:

$$(9) \quad \begin{aligned} x_2^c - x_1^c &= f_x / Z_c (\xi_1 \cos \alpha + \eta_1 \sin \alpha), \\ y_2^c - y_1^c &= f_y / Z_c (\xi_1 \sin \alpha - \eta_1 \cos \alpha). \end{aligned}$$

Используя формулы Крамера для нахождения корней системы линейных уравнений, вычисляем начальное приближение для направления движения $l = (\cos \alpha, \sin \alpha)$.

- (3) Начальные приближения для X_c, Y_c географических координат БПЛА вычисляются из системы (8) с учетом высоты Z_c , найденной на шаге (1), и, в случае $Z_i = 0$, $i = 1, 2$, направления движения $l = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, найденном шаге (2).



Рис. 5. Определение высоты БПЛА в случае камеры направленной вертикально вниз (слева – ориентиры на карте местности, справа – снимок с бортовой камеры БПЛА)

4.2.2. Полет по одному ориентиру

Рассматривается частный случай движения БПЛА. Самолет движется на постоянной высоте H , в горизонтальной плоскости в одном и том же направлении $l = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ в течение некоторого промежутка времени Δt . С летательным аппаратом жестко связана фотокамера, главный оптический луч которой смотрит вертикально вниз. Камера периодически фиксирует опорную точку $P(X, Y, 0)$, создавая последовательность фотокадров $I(t_k)$. Задача заключается в определении положения самолета по фотоизображениям этой опорной точки на смежных кадрах $I(t_0), I(t_1)$.

Разработан метод подвижных реперов — метод совмещения двух последовательных реперов $C^{t_0}e'_1e'_2e'_3, C^{t_0+\Delta t}e'_1e'_2e'_3$ с целью вычисления вектора смещения БПЛА $\vec{V}$ вдоль направления полета e'_1 за время Δt . Пусть $t_1 = t_0 + \Delta t$, $\vec{v} = (x_1^{t_1} - x_1^{t_0}, 0)$ — вектор эволюции фотоизображения опорной точки P на смежных снимках $I(t_0), I(t_1)$. Тогда

$$\begin{aligned}
 X_c^{t_1} &= X_c^{t_0} - \nu_1 \frac{H}{f_x} \cos \alpha, \\
 Y_c^{t_1} &= Y_c^{t_0} - \nu_1 \frac{H}{f_y} \sin \alpha, \\
 Z_c^{t_1} &= H,
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

где угол α и высота полета H — заданные постоянные величины.

5. Пакеты вычислительных программ для решения задачи АП БПЛА

5.1. Маневренный полет над рельефной местностью

Рассматривается реализация алгоритмов вычисления положения и ориентации БПЛА без ограничения на направленность камеры. Такая ситуация возникает при совершении маневров летательным аппаратом. Предполагается, что камера в момент времени t наблюдает три ориентира на местности P_i , $i = 1, 2, 3$, фотообразы которых попадают на снимок $I(t)$.

На языке C++ разработаны 2 альтернативных модуля позиционирования БПЛА:

- модуль BPLA_POSITION_1 с использованием библиотеки libgsl (<http://www.gnu.org/software/gsl/>),
- модуль BPLA_POSITION_2 с использованием библиотеки alglib (<http://alglib.sources.ru/>)

Первый модуль основан на решении системы из шести уравнений (5) относительно шести неизвестных $X_c, Y_c, Z_c, \alpha, \beta, \delta$. В нем используется гибридный метод hybridsj для решения системы уравнений с использованием производных. Начальные приближения для корня по переменным X_c, Y_c, Z_c случайным образом выбираются из параллелепипеда, имеющего постоянную высоту 3000 м (считается, что высота полета БПЛА находится в диапазоне от 0 м до 3000 м), а длина и ширина параллелепипеда выбираются в соответствии с минимальным и максимальным значениями координат X_i, Y_i , $i = 1, 2, 3$, по следующей формуле:

$$(11) \quad \begin{aligned} X_{\min} &= \min\{X_i\} - \Delta X, & X_{\max} &= \max\{X_i\} + \Delta X, \\ Y_{\min} &= \min\{Y_i\} - \Delta Y, & Y_{\max} &= \max\{Y_i\} + \Delta Y, \end{aligned}$$

где $\Delta X = \Delta Y = Z_{\max} \operatorname{tg}(\beta_{\max} + \gamma)$, а γ — угол обзора камеры (параметр камеры).

Модуль BPLA_POSITION_2 основан на минимизации квадрата невязки

$$(12) \quad \begin{aligned} residual^2 &= \sum_i \left(x_i - a_x + f_x \frac{r_{11}(X_i - X_c) + r_{12}(Y_i - Y_c) + r_{13}(Z_i - Z_c)}{r_{31}(X_i - X_c) + r_{32}(Y_i - Y_c) + r_{33}(Z_i - Z_c)} \right)^2 + \\ &+ \sum_i \left(y_i - a_y - f_y \frac{r_{21}(X_i - X_c) + r_{22}(Y_i - Y_c) + r_{23}(Z_i - Z_c)}{r_{31}(X_i - X_c) + r_{32}(Y_i - Y_c) + r_{33}(Z_i - Z_c)} \right)^2. \end{aligned}$$

В модуле BPLA_POSITION_2 используется Алгоритм L-BFGS, реализованный в функции minlbfgsoptimize. При этом минимизация

возможна для различного достаточного количества опорных точек ($N \geq 3$). В основе L-BFGS алгоритма лежит последовательное построение и уточнение квадратичной модели функции. Алгоритм запоминает M последних значений функции и использует их для построения положительно определенной аппроксимации гессиана. Аппроксимация гессиана используется для совершения шага по методу Ньютона. Если этот шаг не приводит к достаточному уменьшению функции, то осуществляется минимизация функции вдоль направления, заданного шагом по методу Ньютона. Ключевым свойством алгоритма является положительная определенность приближенного гессиана. Независимо от рельефа функции мы всегда будем получать положительно определенные матрицы, и направление, полученное по методу Ньютона, всегда будет направлением спуска. Второе важное свойство — использование только M последних значений функции (обычно M — небольшое число порядка 3–10, много меньшее размерности задачи). Благодаря этому трудоемкость итерации составляет всего лишь $O(N * M)$ операций.

Алгоритмы позиционирования БПЛА реализованы в виде программных модулей аппаратно-программного комплекса «Навигатор-М». Тестирование этих программных модулей проводилось для большого количества опорных точек (порядка 1000). На тестовых данных погрешность вычисления корня составляет:

- по координатам точки не больше 10^{-5} ,
- по углам ориентации не больше 10^{-2} .

6. Заключение

Созданные алгоритмы и программы управления и позиционирования БПЛА демонстрируют высокую эффективность работы в рамках аппаратно-программного комплекса «Навигатор-М», разработанного по Гос. контракту № 07.514.11.4033 от 23.09.2011, «Разработка алгоритмического, математического и программного обеспечения системы моделирования автономного позиционирования БПЛА (аппаратно-программного комплекса) на основе технологий машинного зрения, искусственного интеллекта и параллельных вычислений».

Описанные в данной статье методы могут быть развиты в следующих направлениях: поиск оптимальных управлений для трехмерной задачи Дубинса; учет ограничений, связанных с техническими особенностями летательного аппарата; конструирование модуля устранения отклонения реального положения от вычисленного с использованием обратной связи.

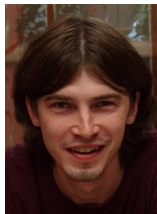
Список литературы

- [1] Dubins L.E. *On curves of Minimal Length with a Constraint on Average Curvature, and with Prescribed Initial and Terminal Positions and Tangents* // American Journal of Mathematics, 1957. **Vol. 79**, no. 3, p. 497–516 ↑[3](#)
- [2] Babaei A., Mortazavi M. *Three-Dimensional Curvature-Constrained Trajectory Planning Based on In-Flight Waypoints* // Journal of Aircraft, 2010. **Vol. 47**, no. 4, p. 1391-1398 ↑[3](#)
- [3] Аграчев А. А., Сачков Ю. Л. Геометрическая теория управления. М. : Физматлит, 2005. ↑[3](#)
- [4] Уиттекер Э. Аналитическая динамика. М. : УРСС. — 586 с. ↑[4.1.3](#)
- [5] Шапиро Л., Стокман Д. Компьютерное зрение. М. : БИНОМ, 2006. ↑
- [6] Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. ↑
- [7] Лунев Е. М., Павлова Н. В. *Программно-алгоритмическое обеспечение для определения навигационных параметров беспилотного летательного аппарата на базе фотоизображения* // Вестник МАИ, 2009, № 6, с. 111–119 ↑

Рекомендовал к публикации

д.ф.-м.н. Ю. Л. Сачков

Об авторах:



Андрей Андреевич Ардентов

Окончил в 2009 г. УГП имени А.К. Айламазяна, участник семинара «**Nonlinear control and singularities**», завершил обучение в аспирантуре ИПС РАН им. А.К. Айламазяна под руководством д.ф.-м.н. Ю. Л. Сачкова.

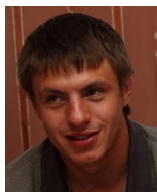
e-mail: aaa@pereslavl.ru



Иван Юрьевич Бесчастный

Окончил Калининградский Государственный Технический Университет в 2011 г. , проходит обучение в аспирантуре ИПС РАН им. А.К. Айламазяна под руководством д.ф.-м.н. Ю. Л. Сачкова.

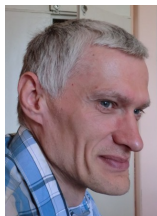
e-mail: i.beschastnyi@gmail.com



Алексей Павлович Маштаков

Окончил в 2009 г. Университет города Переславля имени А.К. Айламазяна по специальности «Прикладная математика и информатика», в 2012 завершил под руководством д.ф.-м.н. Ю. Л. Сачкова обучение в аспирантуре ИПС РАН.

e-mail: alexey.mashtakov@gmail.com



Антон Юрьевич Попов

Д.ф.-м.н., специалист по экстремальным задачам в теории целых функций.

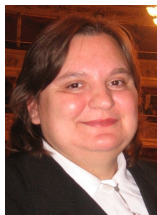
e-mail: mysfed@rambler.ru



Юрий Леонидович Сачков

Специалист в математической теории управления. Автор результатов по управляемости и оптимальному управлению для инвариантных задач на группах Ли и однородных пространствах.

e-mail: sachkov@sys.botik.ru



Елена Федоровна Сачкова

Старший научный сотрудник Исследовательского центра процессов управления ИПС им. А.К. Айламазяна РАН, к.т.н. (2009, диссертация на тему «Методы, алгоритмы и программы приближенного решения задачи управления»).

e-mail: elena.sachkova@gmail.com

Образец ссылки на эту публикацию:

А. А. Ардентов, И. Ю. Бесчастный, А. П. Маштаков, А. Ю. Попов, Ю. Л. Сачков, Е. Ф. Сачкова. *Алгоритмы вычисления положения и ориентации БПЛА* // Программные системы: теория и приложения : электрон. научн. журн. 2012. Т. 3, № 3(12), с. 23–39.

URL: http://psta.psiras.ru/read/psta2012_3_23-39.pdf

A. A. Ardentov, I.Yu. Beschastny, A. P. Mashtakov, A.Yu. Popov, Yu. L. Sachkov, E. F. Sachkova. *Algorithms for evaluation position and orientation of UAV*.

ABSTRACT. The paper is devoted to algorithms and software for modelling of flight and determination of three-dimensional coordinates and orientation angles for UAV without use of satellite navigation. (*In Russian*).

Key Words and Phrases: UAV, autonomous positioning, technical vision, control theory.